文章编号:1000-2367(2022)04-0054-06 DOI:10.16366/j.cnki.1000-2367.2022.04.008

污染环境影响的流行病模型动力学行为研究

朝治琴,张启敏

(宁夏大学 数学统计学院,银川 750021)

摘 要:为了讨论空气污染物浓度和随机环境噪声对呼吸道疾病的影响,建立了一类污染环境中的流行病模型,研究了空气污染物浓度的有界性及呼吸道疾病传播的动力学性质;在此基础上,给出了系统稳定的充分条件和反馈控制向量,旨在为我国的环境流行病学研究提供一些参考和依据.

关键词:空气污染;疾病传播;污染物和流行病模型

中图分类号:O29 **文献标志码**:A

近年来,极端气候天气的频繁发生和工业废弃物的排放[1]对生态环境质量产生了极大的影响,这些因素也加重了患呼吸道疾病的风险[2],因此引起了生态、医疗、数学等相关领域学者的极大关注.例如 BAKONYI 等[3]研究了空气中的钒、碳元素或可吸入颗粒与呼吸系统疾病恶化之间的相关性.LI 等[4]构建了综合模糊模型研究了空气污染对哮喘易感的影响.魏妮等[5]讨论了大气中污染物浓度对儿童常见呼吸道疾病的影响.周历媛[6]给出了空气污染物浓度越高,呼吸道疾病患者分布越密集,并阐述了随着空气污染物浓度的不断增加,呼吸道疾病患者也会越来越多.此外也有实验和研究表明室外空气污染的严重程度可以导致呼吸道等病毒感染的风险增加[7-9].

以上学者主要研究了大气污染与呼吸道疾病的相关性,但未考虑如何设计控制策略来降低污染物浓度的变化和随机噪声对流行病的影响.事实上温度、湿度、沙尘等随机现象的经常发生都会影响空气质量[10],所以为了客观、全面地了解呼吸道疾病性态,应考虑这些因素对其产生的影响.另一方面控制污染物的排放是预防大气污染的有效途径[11],而对呼吸道疾病的治疗则是控制疾病传播的重要手段[12].因此在模型中加入了控制因素对大气污染和疾病的干预.本文建立了污染环境中的流行病模型,研究空气污染的变化和随机噪声对呼吸道疾病的动力学行为.

1 模型建立

研究空气污染和随机干扰下呼吸道疾病动力学时,通常采用 SIS 模型的建模方法.其中 S 是易感染个体数量,I 是传染个体数量.假设总人口数为 N,则易感个体的数量可以表示为 $N-I$.呼吸道疾病传播率函数用 $\beta(t)$ 表示,空气质量指数用 $F(t)$ 的函数表示.假定疾病的传播率依赖于空气污染水平,用 $\beta(F(t))$ 表示,这是易感者与受感染个体发生潜在传染性接触的速率,它会随 $F(t)$ 值不断变化.因此进一步假定这种关系是线性的,即 $\beta(F(t))=\beta F(t)$.用 $\mu(t)$ 表示空气清除率,假定污染物的流入速率为常数 c.在模型中,由于 $\beta(t)$ 以及 $\mu(t)$ 都会受到随机扰动的影响,因此将 $\beta F(t)$ 和 $\mu(t)$ 分别用 $\beta(F(t))+\delta_1\eta_1$ 和 $\mu(t)+\delta_2\eta_2$ 来表示,其中 η_1 和 η_2 代表白噪声,δ_1 和 δ_2 分别代表白噪声 η_1 和 η_2 的强度.此外,用 $u_1(t)$ 表示控制污染物排放,用 $u_2(t)$ 表示人为对疾病的干预,例如治疗、隔离、媒体宣传、防护等.根据以上分析,可以得到各因素之间的关

收稿日期:2021-06-07;**修回日期**:2021-10-13.

基金项目:国家自然科学基金(12161068);宁夏自然科学基金(2021AAC03065).

作者简介:朝治琴(1997—),女,回族,宁夏固原人,宁夏大学硕士研究生,研究方向为生物数学,E-mail:2510395768@qq.com.

通信作者:张启敏(1964—),女,宁夏银川人,宁夏大学教授,博士生导师,研究方向为生物数学,E-mail:zhangqimin64@sina.com.

系,如图 1 所示.

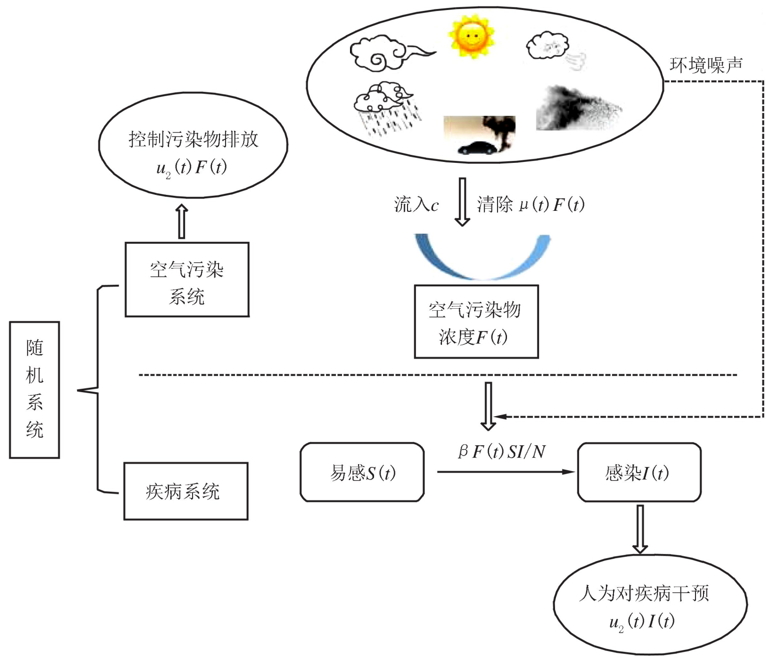

图1　疾病与污染物的关系

Fig. 1　Relationship between diseases and pollutants

通过图 1,在文献[13]的基础上考虑控制向量,得到下列污染环境中的流行病模型:

$$\begin{cases} dI(t)=[\beta F(t)\dfrac{(N-I(t))I(t)}{N}-\gamma I(t)]dt+\delta_1\dfrac{(N-I(t))I(t)}{N}dB_1(t)+u_2(t)I(t)dt, \\ dF(t)=[c-\mu(t)F(t)]dt-\delta_2 F(t)dB_2(t)-u_1(t)F(t)dt, \end{cases} \tag{1}$$

这里的 $B_1(t)$ 和 $B_2(t)$ 是独立的标准布朗运动.其中模型中所涉及的常数 $N,\beta,C,\delta_1,\delta_2$ 均大于零.

2　有界性与稳定性

对于模型(1),需进一步研究污染物浓度的有界性和疾病传播的动力学性质.由于(1)式中的两个方程是耦合的,首先分析 $F(t)$的性质.在下列分析中,令 $\mu_1\le\mu(t)\le\mu_2$.

定理 1　对于任何初始值 $F_0\in\mathbf{R}_+$ 和 $P\in(0,1)$,当取控制变量 $\mu_1(t)=2a\delta_2^2+\mu_2-c<0$,$F(t)$ 具有以下性质

$$\limsup_{t\to\infty} E\mid F(t)\mid^p\le K(p), \tag{2}$$

其中 $K(p)$ 是依赖于 p 的常数,与初始值 F_0 无关,即 $F(t)$ 的 p 阶矩有界.

证明　定义 $V(F(t))=F(t)^p$,对 $F(t)\in\mathbf{R}_+$,$0<p<1$,使用 Itô 公式可以得到

$$dV(F(t))=pF^{p-1}(t)dF(t)+\frac{1}{2}p(p-1)F^{P-2}(t)(dF(t))^2=pF^{P-1}(t)[(c-\mu(t)F(t)-$$

$$u_1(t)F(t))dt-\delta_2F(t)dB_2(t)]+\frac{p(p-1)}{2}F^p(t)\delta_2^2dt=pF^{p-1}(t)(c-\mu(t)F(t)-$$

$$u_1(t)F(t)+\frac{(p-1)}{2}\delta_2^2F(t))dt-pF^p(t)\delta_2dB_2(t).$$

在区间[0,t]上对两边同时积分并取期望

$$E[\int_0^t dV(F(s))ds]=\int_0^t[pcE(F^{p-1}(s))-pE(\mu(s)F^P(s))-pE(u_1(s)F^p(s))]ds+$$

$$\int_0^t\frac{1}{2}p(p-1)\delta_2^2E(F^p(s))ds-\int_0^t p\delta_2E(F^p(s))dB_2(s),$$

$$E(F^p(t))-E(F^P(0))=-\int_0^t pE(u_1(s)F^p(s))\mathrm{d}s+\int_0^t \frac{1}{2}p(p-1)\delta_2^2E(F^p(s))\mathrm{d}s+$$
$$\int_0^t pcE(F^{p-1}(s))\mathrm{d}s-\int_0^t pE(\mu(s)F^P(s))\mathrm{d}s.$$

可以得到

$$\frac{\mathrm{d}E(F^P(t))}{\mathrm{d}t}=pcE(F^{p-1}(t))-pE(\mu(t)F^p(t))-pE(u_1(t)F^p(t))+\frac{p}{2}(p-1)\delta_2^2E(F^p(t)).\quad(3)$$

根据 $\mu_1\leq\mu(t)\leq\mu_2$，(3)式可以写为

$$\frac{\mathrm{d}E(F^P(t))}{\mathrm{d}t}\leq pcE(F^{p-1}(t))-p\mu_1E(F^p(t))-pE(u_1(t)F^p(t))+$$
$$\frac{1}{2}p(p-1)\delta_2^2E(F^p(t)).\quad(4)$$

又因 $u_1(t)=2a\delta_2^2+\mu_2-c<0$，则(4)式可以表示为

$$\frac{\mathrm{d}E(F^P(t))}{\mathrm{d}t}\leq pcE(F^{p-1}(t))-p(\mu_1+\mu_2-c)E(F^p(t))+(\frac{1}{2}(p-1)-2a)p\delta_2^2E(F^p(t))\leq$$
$$pc[E(F^p(t))]^{\frac{p-1}{p}}-p(\mu_1+\mu_2-c)E(F^p(t))+(\frac{1}{2}(p-1)-2a)p\delta_2^2E(F^p(t))=$$
$$pE(F^p(t))[cE(F^p(t))^{\frac{1}{p}}-(\mu_1+\mu_2-c)+(\frac{1}{2}(p-1)-2a)\delta_2^2].$$

再令 $x(t)=E(F^p(t))$，可以得到

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}\leq px(t)[cx(t)^{-\frac{1}{p}}-(\mu_1+\mu_2-c)+(\frac{1}{2}(p-1)-2a)\delta_2^2].\quad(5)$$

对于 $0<p<1$，(5)式可以表示为

$$\frac{\mathrm{d}\overline{x}(t)}{\mathrm{d}t}=p\overline{x}(t)[c\overline{x}(t)^{-\frac{1}{p}}-(\mu_1+\mu_2-c)+(\frac{1}{2}(p-1)-2a)\delta_2^2].\quad(6)$$

由方程解的性质可以得到

$$\frac{\mathrm{d}\overline{x}(t)}{\mathrm{d}t}=p[-(\mu_1+\mu_2-c)+(\frac{1}{2}(p-1)-2a)\delta_2^2]\overline{x}(t)+pc\overline{x}(t)^{1-\frac{1}{p}}.$$

令

$$\frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t}=(1-(1-\frac{1}{p}))p[-(\mu_1+\mu_2-c)+(\frac{1}{2}(p-1)-2a)\delta_2^2]z(t)+(1-(1-\frac{1}{p}))pc=$$
$$[-(\mu_1+\mu_2-c)+(\frac{1}{2}(p-1)-2a)\delta_2^2]z(t)+c,$$

则

$$z(t)=\frac{c}{(-(\mu_1+\mu_2-c)+(\frac{1}{2}(p-1)-2a)\delta_2^2)}.$$

所以方程(6)的解为

$$\overline{x}(t)=[z(t)]^{\frac{1}{(1-(1/p))}}=[\frac{c}{(\mu_1+\mu_2-c)-(\frac{1}{2}(p-1)-2a)\delta_2^2}]^p.\quad(7)$$

对于(7)式，当 $t\to\infty$ 时，有 $\overline{x}(t)\to[\frac{c}{(\mu_1+\mu_2-c)-(\frac{1}{2}(p-1)-2a)\delta_2^2}]^p$. 由(2)式可以得到 $K_p=[\frac{c}{(\mu_1+\mu_2-c)-(\frac{1}{2}(p-1)-2a)\delta_2^2}]^p$.

即 $\limsup\limits_{t\to\infty} E\mid F(t)\mid^{p}\leq K(p)$，上述定理得证.

定理 1 给出了系统的有界性，基于这一性质，下面给出系统稳定的条件.

定理 2　当 $u_2(t)=\dfrac{N}{e^{2y(t)}}$ 时，其中 $y=\ln\dfrac{N}{N-I}$，系统稳定.

证明　取 $I_0\in(0,N)$，那么对于所有的 $I>0$，$I(t)\in(0,N)$ 成立.只需要对上述定理在区域 Γ 上给一个证明，这里的 $\Gamma=\{I:0<I<N\}$.显然(1)式中第 2 个方程的系数满足局部李普希兹条件.为证明此定理，找到一个函数 $V(t,x)=[0,\infty)\times\mathbf{R}_+\to\mathbf{R}$ 和一个闭集 $\Phi\subset\Gamma$.

取 $y=\ln\dfrac{N}{N-I}$，其中 $y(t)\in\mathbf{R}_+$，由 Itô 公式可以得到

$$\mathrm{d}y(t)=\frac{1}{N-I}\mathrm{d}I=\frac{1}{N-I}[\beta\overline{F(t)}\frac{(N-I(t))I(t)}{N}-\gamma I(t)]\mathrm{d}t+\frac{1}{N-I}u_2(t)I(t)\mathrm{d}t+$$
$$\frac{1}{N-I}\delta_1\frac{(N-I(t))I(t)}{N}\mathrm{d}B_1(t)+\frac{1}{2(N-I)^2}[\delta_1\frac{(N-I(t))I(t)}{N}]^2\mathrm{d}t. \tag{8}$$

根据 $e^{y(t)}=\dfrac{N}{N-I}$，(8)式可以表示为

$$\mathrm{d}y(t)=[\beta\overline{F(t)}\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}}-\gamma(e^{y(t)}-1)+u_2(t)(e^{y(t)}-1)+\frac{\delta_1^2}{2}(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^2]\mathrm{d}t+\delta_1\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}}\mathrm{d}B_1(t).$$

此外

$$\lambda(t)=\beta\overline{F(t)}-\gamma-\frac{\delta_1^2(\alpha+1)}{2}. \tag{9}$$

定义一个 C^2 上的函数 $V:[0,\infty)\times\mathbf{R}_+\to\mathbf{R}$

$$V(t,y(t))=\frac{k(t)}{\alpha}(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-\alpha}+\frac{e^{y(t)}}{N}, \tag{10}$$

其中 $k(t)$是方程

$$\frac{\mathrm{d}k(t)}{\mathrm{d}t}=\alpha\lambda(t)k(t) \tag{11}$$

的正数解.

直接计算可以得到

$$LV(t,y(t))=\frac{\mathrm{d}k(t)}{\alpha\mathrm{d}t}(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-\alpha}-k(t)e^{-y(t)}(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-(\alpha+1)}\mathrm{d}y(t)+\frac{e^{y(t)}}{N}\mathrm{d}y(t)+\frac{e^{y(t)}}{2N}(\mathrm{d}y(t))^2+$$
$$[\frac{k(t)e^{-y(t)}}{2}(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-(\alpha+1)}+\frac{(\alpha+1)k(t)e^{-2y(t)}}{2}(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-(\alpha+2)}](\mathrm{d}y(t))^2=\frac{1}{\alpha}\frac{\mathrm{d}k(t)}{\mathrm{d}t}[\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}}]^{-\alpha}+$$
$$k(t)(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-\alpha}[-e^{-y(t)}\beta\overline{F(t)}+\gamma-u_2(t)-\frac{1}{2}\delta_1^2(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{2y(t)}})]+\delta_1^2(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^2\times$$
$$[\frac{e^{y(t)}}{2N}+\frac{k(t)e^{-y(t)}}{2}(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-(\alpha+1)}+\frac{(\alpha+1)k(t)e^{-2y(t)}}{2}(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-(\alpha+2)}]+$$
$$\frac{e^{y(t)}}{N}[\beta\overline{F(t)}\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}}-\gamma(e^{y(t)}-1)+u_2(t)(e^{y(t)}-1)+\frac{1}{2}\delta_1^2(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^2]=$$
$$(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-\alpha}\left\{\frac{\mathrm{d}k(t)}{\alpha\mathrm{d}t}-[\frac{\beta\overline{F(t)}}{e^{y(t)}}-\gamma+u_2(t)+\frac{\delta_1^2}{2}\frac{\alpha+1}{e^{2y(t)}}]k(t)\right\}-\frac{e^{y(t)}}{N}u_2(t)-$$
$$\frac{e^{2y(t)}}{N}(\gamma-u_2(t))+\frac{e^{y(t)}}{N}(\beta\overline{F(t)}\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}}+\gamma+\delta_1^2(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^2)=(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-\alpha}\times$$
$$\left\{\frac{1}{\alpha}\frac{\mathrm{d}k(t)}{\mathrm{d}t}+[-\beta\overline{F(t)}+\gamma+\frac{1}{2}\delta_1^2(\alpha+1)]k(t)\right\}+\frac{e^{2y(t)}}{N}(u_2(t)-\frac{1}{2}\gamma)+H(t). \tag{12}$$

由于 $e^{y(t)}=\dfrac{N}{N-I}$，可知 $e^{y(t)}\in(1,+\infty)$，则 $H(t)$ 的取值为

$$H(t)=(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-\alpha}[\beta\,\overline{F(t)}\,\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}}-\frac{\delta_1^2}{2}(\alpha+1)\,\frac{e^{2y(t)}-1}{e^{2y(t)}}-u_2(t)]k(t)-\frac{e^{2y(t)}}{2N}\gamma-$$
$$\frac{e^{y(t)}}{N}u_2(t)+\frac{e^{y(t)}}{N}[(\beta\,\overline{F(t)})\,\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}}+\gamma+\delta_1^2(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^2]\leq$$
$$(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{1-\alpha}((\beta\,\overline{F(t)})k(t))+\frac{e^{y(t)}}{N}(\beta\,\overline{F(t)}+\gamma+\delta_1^2)-\frac{1}{2}\,\frac{e^{2y(t)}}{N}\gamma\leq$$
$$2\beta F(t)k(t)+\frac{e^{y(t)}}{N}(\beta F(t)+\gamma+\delta_1^2)-\frac{1}{2}\,\frac{e^{2y(t)}}{N}\gamma\leq$$
$$H_0=:\sup_{x>0}\left\{-\frac{e^{2x}}{2N}\gamma+\frac{e^x}{N}(\beta\check{F}+\gamma+\delta_1^2)+2\beta\check{F}\check{k}\right\}. \tag{13}$$

将(11)式代入(12)式可以得到

$$LV(t,y(t))\leq(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-\alpha}\,\frac{1}{\alpha}[\alpha(\beta\,\overline{F(t)}-\gamma-\frac{\delta_1^2(\alpha+1)}{2})k(t)]+(\frac{e^{y(t)}-1}{e^{y(t)}})^{-\alpha}\times$$
$$[-\beta\,\overline{F(t)}+\gamma+\frac{\delta_1^2}{2}(\alpha+1)]k(t)+\frac{e^{2y(t)}}{N}(u_2(t)-\frac{\gamma}{2})+H_0=\frac{e^{2y(t)}}{N}u_2(t)-\frac{\gamma}{2N}e^{2y(t)}+H_0. \tag{14}$$

令 $u_2(t)=\dfrac{N}{e^{2y(t)}}$,则(14)式可以表示为

$$LV(t,y(t))\leq-\frac{1}{2}\,\frac{\gamma}{2N}e^{2y(t)}+H_0+1. \tag{15}$$

定义一个有界的封闭集 $\Phi=[\dfrac{1}{r},r]$,这里边的 r 是一个足够大的正数.

$$LV(t,y(t))\leq-\frac{1}{2}\,\frac{\gamma}{N}e^{2r}+H_0+1. \tag{16}$$

对于(16)式,当 $r\to\infty$ 时,有

$$LV(t,y(t))\leq\{-\frac{1}{2}\,\frac{r}{N}e^{2r}+H_0+1\}<0. \tag{17}$$

即上述定理得证.

由以上定理可看出,当取变量 $u_2=\dfrac{N}{e^{2y(t)}}$ 时,上述公式 $LV(t,y(t))<0$,也就是说当 $y(t)\to 0$ 时,$I(t)\to 0$,即疾病系统稳定.

3 总 结

本文假设空气污染物受随机噪声的影响和疾病的传播速率取决于空气污染物浓度,建立了一个由随机微分方程驱动的污染物和流行病模型,由于 $F(t)$ 的解析解比较复杂,不能直接用于 $I(t)$ 方程中进行分析.因此,首先证明了 $F(t)$ 解的有界性,基于这一性质,给出了疾病系统稳定的反馈控制 $u_1(t)=2a\delta_2^2+\mu_2-c<0$,$u_2(t)=\dfrac{N}{e^{2y(t)}}$. 以上研究表明空气污染对呼吸道疾病的发病率有很大的影响.因此,应采取综合措施控制空气污染排放和加强对空气中污染物的去除,进一步降低呼吸道疾病暴发的风险.

参 考 文 献

[1] 杨宝强.探究城市环境污染的影响因素与综合评价分析[J].环境影响评价,2020,42(2):87-89.
YANG B Q.Influencing factors and comprehensive evaluation of urban environmental pollution[J].Environmental Impact Assessment,2020,42(2):87-89.

[2] 韦雪芳.呼吸道传染疾病的预防与控制[J].现代诊断与治疗,2017,28(15):2853-2855.
WEI X F.Prevention and control of respiratory infectious diseases[J].Modern diagnosis and treatment,2017,28(15):2853-2855.

[3] BAKONYI S,OLIVEIRA I,MARTINS L C.Air pollution and respiratory diseases among children in the city of Curitiba,Brazil[J].Rev Saude Publica,2004,38(05):695-700.

[4] LI H L,HUANG G H,ZOU Y.An integrated fuzzy-stochastic modeling approach for assessing health-impact risk from air pollution[J].Stochastic Environmental Research and Risk Assessment,2008,22(6):789-803.

[5] 魏妮,李霁伟.大气污染特征与儿童常见呼吸道疾病发病的相关性研究进展[J].医学综述,2013,19(22):4109-4111.
WEI N,LI J W.Research progress in pertinence of atmospheric pollution features and common pediatric respiratory disease[J].Medical Recapitulate,2013,19(22):4109-4111.

[6] 周历媛.济南市空气污染与慢性呼吸道疾病的关系研究[D].济南:山东师范大学,2016.
ZHOU L Y.Study on the relationship between air pollution and chronic respiratory diseases in Jinan[D].Jinan:Shandong Normal University,2016.

[7] 侯雯珊,张太雷,方舒.一类媒体报道下具有非线性隔离率的 SEIQR 传染病模型[J].河南师范大学学报(自然科学版),2021,49(1):115-124.
HOU W S,ZHANG T L,FANG S.A class of SEIQR epidemic model with nonlinear isolation rate influnced by media[J].Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition),2021,49(1):115-124.

[8] 王战平,龚薇.污染环境中具有尺度结构非线性害鼠模型的最优不育控制[J].河南师范大学学报(自然科学版),2021,49(4):1-9.
WANG Z P,GONG W.Optimal sterility control of nonlinear rat model with scale structure in polluted environment[J].Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition),2021,49(04):1-9.

[9] 姜彩霞,朱冰,张龙.2013—2014 年杭州市大气与呼吸系统疾病就诊人次的时间序列研究[J].环境与职业医学,2018,35(7):589-595.
JIANG C X,ZHU B,ZHANG L.Time series study on the relationship between atmospheric and respiratory diseases in Hangzhou from 2013 to 2014[J].Environment and Occupational Medicine,2018,35(07):589-595.

[10] 杨雪,张祥志,汤莉莉,等.春季一次典型沙尘天气对南京市空气质量影响研究[J].环境监测管理与技术,2017,29(3):18-22.
YANG X,ZHANG X Z,TANG L L,et al.Study on air quality impacted by a typical dust weather in the spring of Nanjing[J].The Administration and Technique of Environmental Monitoring,2017,29(3):18-22.

[11] 武鹏.我国大气环境污染现状及防治措施探讨[J].农村经济与科技,2016,27(14):11.
WU P.Discussion on the present situation and prevention measures of atmospheric environmental pollution in China[J].Rural Economy and Science-Technology,2016,27(14):11.

[12] 袁凤莲.呼吸道传染性疾病预防及控制研究进展[J].中西医结合心血管病电子杂志,2017,5(25):31-32.
YUAN F L.Research Progress on prevention and control of respiratory infectious diseases[J].Cardiovascular Disease Journal of Integrated Traditional Chinese and Western Medicine,2017,5(25):31-32.

[13] HE S,TANG S Y,CAI Y L,et al.A stochastic epidemic model coupled with seasonal air pollution:analysis and data fitting[J].Stochastic Environmental Research and Risk Assessment,2020,34(12):2245-2257.

Study on the dynamic behavior of epidemic models affected by pollution environment

Chao Zhiqin, Zhang Qimin

(School of Mathematics and Statistics, Ningxia University, Yinchuan 750021, China)

Abstract: In order to study the impacts of air pollutant concentration and random environmental noise on respiratory diseases, an epidemic model in polluted environment is established, and the boundedness of air pollutant concentration and the dynamic properties of respiratory disease transmission are studied; on this basis, the sufficient conditions for the stability of the system and the feedback control vector are given, the purpose is to provide some reference basis for the study of environmental epidemiology in China.

Keywords: air pollution; disease transmission; pollutant and epidemic model

[责任编校　陈留院　赵晓华]