

两体非轻衰变 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c M$ 过程的研究

孙俊峰¹, 高万东¹, 陈丽丽¹, 郭雁¹, 李海燕¹, 黄金书²

(1. 河南师范大学 物理与电子信息工程学院, 河南 新乡 453007;

2. 南阳师范学院 物理与电子工程学院, 河南 南阳 473061)

摘要:对 B 介子对阈值以下的 $\Upsilon(nS)$ 粒子的两体非轻弱衰变过程进行了研究(其中 $n=1, 2, 3$). 考虑 QCD 对强子矩阵元的修正, 利用非相对近似下的波函数计算了 Υ 粒子跃迁到 B_c 介子的形状因子, 给出了相应过程的分支比, 研究表明 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c \rho$ 过程的分支比较大, 可以达到 10^{-10} 量级, 有望在未来高统计量的重味物理实验中被探测到.

关键词: $\Upsilon(nS)$ 介子; 分支比; 弱衰变

中图分类号: O572.2; O413

文献标志码: A

$\Upsilon(nS)$ 粒子是由底夸克对($b\bar{b}$)组成的矢量介子, 其 $I^G J^{PC}$ 量子数是 $0^{-1} 1^{-}$. 自从 1977 年美国费米实验室在质子打靶过程中发现以来^[1], 人们对 $\Upsilon(nS)$ 粒子性质的研究一直都是粒子物理领域的前沿和热点之一.

$\Upsilon(nS)$ 粒子有一些非常独特的性质: (1) 其组分夸克质量很大, b 夸克的运动是非相对论的, 可以用薛定谔方程来研究 $\Upsilon(nS)$ 粒子的质量谱和夸克间的相互作用. (2) B 介子对阈值以下的 $\Upsilon(nS)$ 粒子主要通过三胶子进行强衰变, 这为人们研究胶球、混杂态及多夸克态等, 理解夸克胶子相互作用提供了有利机会. (3) 由于 Higgs 粒子和费米子的耦合和费米子的质量成正比, $\Upsilon(nS)$ 粒子为人们寻找轻 Higgs 粒子提供了场所.

对于处于 B 介子对阈值以下的 $\Upsilon(nS)$ 粒子来讲(其中 $n=1, 2, 3$), 其衰变过程是被 OZI 规则压低的. 由于 QCD 渐进自由的特点, $\Upsilon(nS)$ 粒子通过三胶子进行强衰变的宽度要比粲偶素相应的宽度要小. 由于 b 夸克的电荷是 $-1/3$, c 夸克的电荷是 $2/3$, $\Upsilon(nS)$ 粒子的磁衰变宽度要比粲偶素相应的宽度要小. 这些因素导致 $\Upsilon(nS)$ 粒子的总宽度非常小, 在几十 keV 的量级(见表 1). 此外, 在粒子物理的标准模型中, $\Upsilon(nS)$ 粒子还可以通过弱作用进行衰变. 本文将对 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c M$ 弱衰变过程进行研究, 其中 M 表示赝标量介子 π 和 K 和矢量介子 ρ 和 K^* .

实验方面: CLEO, BaBar 和 Belle 等实验组已经收集了大量的 $\Upsilon(nS)$ 粒子(见表 1), 大型强子对撞机 LHC 以及即将运行的超级 B 工厂必定会收集到更多更精确的 $\Upsilon(nS)$ 粒子. 这为 $\Upsilon(nS)$ 粒子弱衰变的研究提供了可能性, 也使得理论研究迫在眉睫. 此外, 我们研究对象的末态粒子都是带电粒子, 对 B_c 介子只需要做单标记就作为事例判选的重要依据, 实验上很容易鉴别.

表 1 $\Upsilon(nS)$ 粒子的质量, 宽度和实验数据统计量

粒子	性质 ^[2]		实验数据(10^6 个)		
	质量/(MeV)	宽度/(keV)	Belle ^[3]	BaBar ^[4]	CLEO ^[5]
$\Upsilon(1S)$	9460.30 ± 0.26	54.02 ± 1.25	102	—	22.78
$\Upsilon(2S)$	$10\,023.26 \pm 0.31$	31.95 ± 2.63	158	121.8	9.45
$\Upsilon(3S)$	$10\,355.2 \pm 0.5$	20.32 ± 1.85	11	98.6	8.89

理论方面: 研究的衰变过程都是以树图贡献为主的, 且它们的衰变振幅和夸克混合 CKM 矩阵元 V_{cb} 相关, 因此 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c M$ 弱衰变应该具有较大的分支比, 有利于实验观测; 通过 $\Upsilon(nS)$ 粒子弱衰变的研究可以

收稿日期: 2015-07-04; 修回日期: 2015-09-09.

基金项目: 国家自然科学基金(U1232101; U1332103).

第 1 作者简介(通信作者): 孙俊峰(1975—), 男, 河南偃师人, 河南师范大学副教授, 研究方向为粒子物理, E-mail: sunjunfeng@htu.cn.

对从 B 介子衰变过程中确定的参数进行更加严格的限制, 检验各种唯象模型. 之前关于 $\Upsilon(1S)$ 粒子弱衰变的理论研究都是基于简单因子化进行简略地估计^[6-7]. 到目前为止, 还没有关于 $\Upsilon(2S)$ 和 $\Upsilon(3S)$ 粒子弱衰变的相关理论研究. 这显然不能满足实验发展的需要, 希望本文的分析能够为将来实验分析提供参考.

1 低能有效哈密顿量

与 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c P, B_c V$ 衰变过程相关的低能有效哈密顿量可以写作

$$H_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{q=d,s} V_{cb} V_{uq}^* \{C_1(\mu) Q_1(\mu) + C_2(\mu) Q_2(\mu)\} + h.c.,$$

其中 G_F 是费米常数; 在 λ^6 近似下 CKM 因子可以表示为(其中 A 和 λ 是 Wolfenstein 参数):

$$V_{cb} V_{ud}^* = A\lambda^2 - A\lambda^4/2 - A\lambda^6/8, V_{cb} V_{us}^* = A\lambda^3;$$

$C_{1,2}(\mu)$ 是威尔逊系数, 包含了标度 μ 以上的短程物理贡献, 可以用微扰论进行计算, 目前人们已经得到威尔逊系数的次领头阶结果; Q_1, Q_2 是和过程相关的定域四夸克算符, 其形式是

$$Q_1 = [\bar{c}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b_\alpha] [\bar{u}_\beta \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_\beta], Q_2 = [\bar{c}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b_\beta] [\bar{u}_\beta \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_\alpha],$$

其中 α 和 β 表示颜色指标, 在此约定相同颜色指标表示求和.

2 强子矩阵元

为了得到衰变振幅和分支比, 还需要计算四夸克算符的强子矩阵元. 这也是目前处理强子弱衰变最难处理的部分. 在 Lepage 和 Brodsky 等人处理遍举过程做法的基础上, Beneke 等人估计了不同拓扑的贡献, 在重夸克极限条件下提出了计算强子矩阵元的 QCDF 方法^[8]. 采用这种方法, $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c M$ 的强子矩阵元可以表示成 $\langle B_c M | Q_i | \Upsilon(nS) \rangle = \sum_j F_j^{T \rightarrow B_c} \int dx H_j(x) \Phi_M(x)$, 其中 $F_j^{T \rightarrow B_c}$ 是形状因子, $\Phi_M(x)$ 是 M 介子的波函数, $H_j(x)$ 是散射振幅. 可以将 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c M$ 的衰变振幅写成 $A(\Upsilon(nS) \rightarrow B_c M) = \langle B_c M | H_{eff} | \Upsilon(nS) \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{uq}^* a_1 \langle B_c | J | \Upsilon \rangle \langle M | J | 0 \rangle$, 系数 a_1 的具体表达式可以写成 $a_1 = C_1^{NLO} + \frac{C_2^{NLO}}{N} + \frac{\alpha_s C_F}{4\pi} \frac{C_2^{LO}}{N} V$, 其中 $N = 3$, $C_F = 4/3$, NLO 和 LO 是次领头阶和领头阶的简写, V 的表达式可以在文献[9]中找到, 威尔逊系数和 a_1 的数值结果见表 2.

表 2 和 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c \pi$ 衰变过程相关的威尔逊系数 $C_1 C_2$ 和系数 a_1 , 其中 $m_b = 4.78 \text{ GeV}$.

μ	LO		NLO		QCDF
	C_1	C_2	C_1	C_2	a_1
$0.5m_b$	1.173	-0.346	1.132	-0.277	$1.081 e^{-i2^\circ}$
m_b	1.112	-0.240	1.078	-0.176	$1.057 e^{-i1^\circ}$
$1.5m_b$	1.086	-0.192	1.055	-0.130	$1.045 e^{-i1^\circ}$

强子矩阵元的定义如下: $\langle P(k) | A_\mu | 0 \rangle = -if_P k_\mu$, $\langle V(k, \epsilon) | V_\mu | 0 \rangle = f_V m_V \epsilon_\mu$,

$$\langle B_c(p_2) | V_\mu - A_\mu | \Upsilon(p_1, \epsilon) \rangle = \epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \epsilon_T^\alpha (p_1 + p_2)^\beta q^\gamma \frac{V^{T \rightarrow B_c}}{m_T + m_{B_c}} - i2m_T q_\mu A_0^{T \rightarrow B_c} \frac{\epsilon_T \cdot q}{q^2} - i\epsilon_{T,\mu} (m_T + m_{B_c}) A_1^{T \rightarrow B_c} - i \frac{\epsilon_T \cdot q}{m_T + m_{B_c}} (p_1 + p_2)_\mu A_2^{T \rightarrow B_c} + i2m_T q_\mu A_3^{T \rightarrow B_c} \frac{\epsilon_T \cdot q}{q^2},$$

其中 ϵ 是矢量粒子的极化矢量, $q = p_1 - p_2$ 是动量转移, f_P 和 f_V 分别是赝标量介子和矢量介子的衰变常数, $A_{0,1,2,3}^{T \rightarrow B_c}$ 和 $V^{T \rightarrow B_c}$ 是形状因子.

3 形状因子

形状因子可以写成强子波函数的卷积形式, 定义如下:

$$A_0 = \int dk_\perp \int_0^1 dx \langle \Phi_T(k_\perp, x, 1, 0) \sigma_z \Phi_{B_c}(k_\perp, x, 0, 0) \rangle,$$

$$I = \sqrt{2} \int dk_{\perp} \int_0^1 \frac{dx}{x} \{ \Phi_{\Upsilon}(k_{\perp}, x, 1, -1) \sigma_y \Phi_{B_c}(k_{\perp}, x, 0, 0) \},$$

$$A_1 = \frac{m_b + m_c}{m_{\Upsilon} + m_{B_c}} I, V = \frac{m_b - m_c}{m_{\Upsilon} - m_{B_c}} I, 2m_{\Upsilon} A_3 = (m_{\Upsilon} + m_{B_c}) A_1 + (m_{\Upsilon} - m_{B_c}) A_2.$$

可以采用分立变量法,将上式中波函数 $\Phi(k_{\perp}, x, j, j_z)$ 写成空间部分和自旋部分. 其中 σ_x, σ_y 是泡利算符,作用于非旁观者夸克的自旋部分. 由于 $\Upsilon(nS)$ 粒子和 B_c 介子都是由两个重夸克组成的,可以通过求解非相对论的薛定谔方程得到空间部分的波函数,和各向同性谐振子势相对应的波函数形式为

$$\Phi_{1S}(k_{\perp}, x) = A \exp\left\{-\frac{k_{\perp}^2 + \bar{x}m_q^2 + xm_b^2}{8\alpha^2 x\bar{x}}\right\}, \Phi_{2S}(k_{\perp}, x) = B \Phi_{1S}(k_{\perp}, x) \times \left\{\frac{k_{\perp}^2 + m_b^2}{6\alpha^2 x\bar{x}} - 1\right\},$$

$$\Phi_{3S}(k_{\perp}, x) = C \Phi_{1S}(k_{\perp}, x) \times \left\{\frac{2}{5} \left(\frac{k_{\perp}^2 + m_b^2}{4\alpha^2 x\bar{x}} - \frac{5}{2}\right)^2 - 1\right\},$$

其中 A, B, C 是波函数的归一化系数,横向动量的平均值是 $\langle \Phi_{1S} | k_{\perp}^2 | \Phi_{1S} \rangle = \alpha^2$. 根据非相对论 QCD 有效理论(NRQCD),可知 $k_{\perp} \sim mv \sim m\alpha_s$,通过计算可以得到形状因子的数值结果(见表 3).

表 3 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c$ 跃迁形状因子,其中误差来自 b 夸克和 c 夸克质量

跃迁过程	文献	$A_0(0)$	$A_1(0)$	$A_2(0)$	$V(0)$
$\Upsilon(1S) \rightarrow B_c$	[7]	0.46	0.62	0.38	1.61
$\Upsilon(1S) \rightarrow B_c$	本文	0.67 ± 0.02	0.70 ± 0.02	0.51 ± 0.06	1.66 ± 0.02
$\Upsilon(2S) \rightarrow B_c$	本文	0.65 ± 0.02	0.69 ± 0.02	0.48 ± 0.04	1.44 ± 0.03
$\Upsilon(3S) \rightarrow B_c$	本文	0.57 ± 0.01	0.64 ± 0.01	0.29 ± 0.03	1.25 ± 0.05

4 衰变振幅和分支比

$\Upsilon(nS) \rightarrow B_c \pi, B_c \rho, B_c K, B_c K^*$ 衰变振幅的表达式分别为

$$A(\Upsilon \rightarrow B_c \pi) = \sqrt{2} G_F V_{cb} V_{ud}^* a_1 f_{\pi} m_{\Upsilon} (\epsilon_{\Upsilon} \cdot p_{\pi}) A_0^{\Upsilon \rightarrow B_c}, A(\Upsilon \rightarrow B_c K) = \sqrt{2} G_F V_{cb} V_{us}^* a_1 f_K m_{\Upsilon} (\epsilon_{\Upsilon} \cdot p_K) A_0^{\Upsilon \rightarrow B_c},$$

$$A(\Upsilon \rightarrow B_c \rho) = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{ud}^* a_1 f_{\rho} m_{\rho} \{ (\epsilon_{\rho} \cdot \epsilon_{\Upsilon}) (m_{\Upsilon} + m_{B_c}) A_1^{\Upsilon \rightarrow B_c} +$$

$$(\epsilon_{\rho} \cdot p_{\Upsilon}) (\epsilon_{\Upsilon} \cdot p_{\rho}) \frac{2A_2^{\Upsilon \rightarrow B_c}}{m_{\Upsilon} + m_{B_c}} - i \epsilon_{\mu\alpha\beta} \epsilon_{\rho}^{\mu} \epsilon_{\Upsilon}^{\nu} p_{\rho}^{\alpha} p_{\Upsilon}^{\beta} \frac{2V^{\Upsilon \rightarrow B_c}}{m_{\Upsilon} + m_{B_c}} \},$$

$$A(\Upsilon \rightarrow B_c K^*) = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{us}^* a_1 f_{K^*} m_{K^*} \{ (\epsilon_{K^*} \cdot \epsilon_{\Upsilon}) (m_{\Upsilon} + m_{B_c}) A_1^{\Upsilon \rightarrow B_c} +$$

$$(\epsilon_{K^*} \cdot p_{\Upsilon}) (\epsilon_{\Upsilon} \cdot p_{K^*}) \frac{2A_2^{\Upsilon \rightarrow B_c}}{m_{\Upsilon} + m_{B_c}} - i \epsilon_{\mu\alpha\beta} \epsilon_{K^*}^{\mu} \epsilon_{\Upsilon}^{\nu} p_{K^*}^{\alpha} p_{\Upsilon}^{\beta} \frac{2V^{\Upsilon \rightarrow B_c}}{m_{\Upsilon} + m_{B_c}} \},$$

在 $\Upsilon(nS)$ 粒子静止系中, $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c M$ 的衰变分支比 $Br(\Upsilon(nS) \rightarrow B_c M) = \frac{1}{12\pi m_{\Upsilon}^2 \Gamma_{\Upsilon}} |A(\Upsilon \rightarrow B_c M)|^2$,

其中 p_{cm} 是末态粒子的动量 $p_{cm} = \frac{\sqrt{[m_{\Upsilon}^2 - (m_{B_c} + m_M)^2][m_{\Upsilon}^2 - (m_{B_c} - m_M)^2]}}{2m_{\Upsilon}}$.

5 数值结果和讨论

在数值计算中需要的输入参数有 CKM 矩阵元,夸克质量,介子衰变常数等,它们的取值如下:

CKM 矩阵参数^[2] $A=0.814(24)$, $\lambda=0.33537(61)$;

夸克质量^[2] $m_b=4.78(6)$ GeV, $m_c=1.67(7)$ GeV;

介子衰变常数^[2,10] $f_{\pi}=130.4(2)$ MeV, $f_{\rho}=216(3)$ MeV, $f_K=156.2(7)$ MeV, $f_{K^*}=220(5)$ MeV.

得到 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c \pi, B_c \rho, B_c K, B_c K^*$ 衰变过程的分支比(见表 4),其中第 1 个误差是由 CKM 因子造成的,第 2 个误差是由重整化标度的选取引起的,第 3 个误差是和强子参数相关的.

从表 4 发现:1) $\Upsilon(nS)$ 粒子的质量随着径向量子数的增加而变大,导致相应的相空间变大; $\Upsilon(nS)$ 粒子的宽度随着径向量子数的增加而变小.这就导致对于相同的末态粒子来讲, $\Upsilon(nS)$ 粒子的衰变分支比随着径

向量子数的增加而变大. 2) 不同衰变道的分支比之间存在一定的等级关系, 即 $Br(\Upsilon \rightarrow B_c \rho) > Br(\Upsilon \rightarrow B_c \pi) > Br(\Upsilon \rightarrow B_c K^*) > Br(\Upsilon \rightarrow B_c K)$. 这是由两个因素造成的, 第一个是 CKM 矩阵元因子 $V_{ud}^* > V_{us}^*$, 第二个是根据角动量守恒, $\Upsilon \rightarrow B_c P$ 相对于 $\Upsilon \rightarrow B_c V$ 过程是被角动量压低的. 3) $\Upsilon(1S, 2S, 3S) \rightarrow B_c \rho$ 过程有较大的分支比, 可以达到 10^{-10} 量级, 有望在将来的实验上观测到.

表 4 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c M$ 衰变分支比

衰变分支比	$\Upsilon(1S)$ 衰变			$\Upsilon(2S)$ 衰变	$\Upsilon(3S)$ 衰变
	文献[6]	文献[7]	本文	本文	本文
$10^{10} \times Br(\Upsilon \rightarrow B_c \rho)$	0.93	0.58	$1.05 \pm 0.07 \pm 0.05 \pm 0.03$	$2.49 \pm 0.18 \pm 0.11 \pm 0.07$	$3.74 \pm 0.26 \pm 0.17 \pm 0.11$
$10^{11} \times Br(\Upsilon \rightarrow B_c \pi)$	3.48	1.43	$3.39 \pm 0.24 \pm 0.15 \pm 0.01$	$8.27 \pm 0.59 \pm 0.37 \pm 0.03$	$12.4 \pm 0.88 \pm 0.56 \pm 0.04$
$10^{12} \times Br(\Upsilon \rightarrow B_c K^*)$	5.27	3.12	$6.03 \pm 0.46 \pm 0.27 \pm 0.28$	$14.2 \pm 1.09 \pm 0.63 \pm 0.66$	$21.3 \pm 1.64 \pm 0.95 \pm 1.00$
$10^{12} \times Br(\Upsilon \rightarrow B_c K)$	2.53	1.16	$2.51 \pm 0.19 \pm 0.11 \pm 0.03$	$6.18 \pm 0.48 \pm 0.27 \pm 0.06$	$9.30 \pm 0.72 \pm 0.41 \pm 0.09$

6 结 论

随着 B 介子工厂和 LHC 的运行, 以及即将到来的超级 B 工厂, 将会有越来越多的 $\Upsilon(nS)$ 实验数据. 人们从而可以对 $\Upsilon(nS)$ 的弱衰变性质进行详细的研究. 本文考虑强子矩阵元中的非因子化贡献, 采用三维各向同性谐振子势所对应的波函数计算了 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c$ 跃迁形状因子, 给出了 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c \rho, B_c \pi, B_c K^*, B_c K$ 弱衰变过程的分支比, 结果显示 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c \rho$ 过程的分支比可以达到 10^{-10} 量级, 有望在实验上被探测到. 本文的研究对将来的实验分析提供了参考.

参 考 文 献

- [1] HERB S. Observation of a dimuon resonance at 9.5 GeV in 400 GeV proton nucleus collisions[J]. Phys Rev Lett, 1977, 39: 252-255.
- [2] OLIVE K, ASASHE K, AMSLER C, et al. Review of Particle Physics[J]. Chin Phys C, 2014, 38: 090001.
- [3] BRODZICKA J, BROWDER T, CHANG P, et al. Physics achievements from the Belle experiment[J]. Prog Theor Exp Phys, 2012, 2012.04D001.
- [4] LEES J, POIREAU V, TISSERAND V, et al. Study of $\Upsilon(3S, 2S) \rightarrow \eta \Upsilon(1S)$ and $\Upsilon(3S, 2S) \rightarrow \pi \pi \Upsilon(1S)$ hadronic transitions[J]. Phys Rev D, 2011, 84: 092003.
- [5] BRIERE R, FERGUSON T, TATISHVILI G, et al. Comparison of particle production in quark and gluon fragmentation at $s^{1/2} \sim 10$ GeV[J]. Phys Rev D, 2007, 76: 012005.
- [6] SHARMA K, VERMA R. Rare decays of ψ and Υ [J]. Int J Mod Phys A, 1999, 14: 937-946.
- [7] DHIR R, VERMA R, SHARMA A. Effects of flavor dependence on weak decays of J/ψ and Υ [J]. Adv High Energy Phys, 2013, 2013: 706543.
- [8] BENEKE M, BUCHALLA G, NEUBERT M, et al. QCD factorization for exclusive nonleptonic B meson decays: general arguments and the case of heavy light final states[J]. Nucl Phys, 2000, B591: 313-418.
- [9] 杨悦玲, 孙俊峰, 鲁公儒, 等. 用 QCD 因子化方法研究 $B_c \rightarrow J/\psi \pi, \eta_c \pi, J/\psi K, \eta_c K$ 过程[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2009, 37(3): 53-56.
- [10] BALL P, JONES G. Twist-3 distribution amplitudes of K^* and ϕ mesons[J]. JHEP, 2007, 0703: 069.

Study of Nonleptonic Two-body $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c M$ Weak Decays

SUN Junfeng¹, GAO Wandong¹, CHEN Lili¹, GUO Yan¹, LI Haiyan¹, HUANG Jinshu²

(1. College of Physics and Electronic Engineering, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China;

2. College of Physics and Electronic Engineering, Nanyang Normal University, Nanyang 473061, China)

Abstract: With anticipation of abundant epsilons data sample at high-luminosity heavy flavor experiments, we studied nonleptonic two-body weak decays of $\Upsilon(nS)$ below the open-bottom threshold with $n=1, 2$ and 3. It is found that branching ratios for $\Upsilon(1S, 2S, 3S) \rightarrow B_c \rho$ decays are relatively large and can reach up to 10^{-10} , which is promisingly detected by experiments at the running LHC and forthcoming SuperKEKB.

Keywords: $\Upsilon(nS)$ meson; branching ratio; weak decay