

# 融合模拟退火的改进教与学优化算法

岳振芳<sup>1</sup>, 高岳林<sup>2</sup>

(1. 宁夏大学 数学计算机学院, 银川 750021; 2. 北方民族大学 信息与系统科学研究所, 银川 750021)

**摘要:**针对教与学优化算法(TLBO)在解决复杂优化问题时易陷入局部最优的缺点,提出了一种融合模拟退火的改进教与学优化算法(SAMTLBO).该算法首先对学员阶段做了改进,在保持TLBO算法简单易实现的基础上,利用模拟退火方法增强了TLBO算法摆脱局部最优的能力,最后用4种算法对8个无约束优化函数仿真.数值实验表明,该算法无论是在收敛速度还是在寻优精度上均优于基本TLBO算法、ETLBO算法和DMTLBO算法.

**关键词:**教与学优化算法;模拟退火算法;局部最优

**中图分类号:**TP18

**文献标志码:**A

许多科学实际应用中出现的优化问题大都是多维、非线性、多极值的,这类问题无法用分析的方法解决.因此,必须通过数值方法加以解决.除此之外,由于全局优化问题大多数是不可导的.故一些传统的方法如Newton法、共轭梯度法、最速下降法都不能很好地解决此类优化问题.为了克服此困难,近年来开发了许多现代启发式算法用于求解优化问题.

教与学优化算法<sup>[1-5]</sup>(Teaching-Learning-Based Optimization, TLBO)是Rao和Kalyankar于2011年提出的现代启发式智能优化算法之一.由于该算法只有种群规模和进化代数两个具体参数,有效地避免了因参数设置不当而陷入局部最优的问题<sup>[2,6]</sup>.自TLBO算法提出以来,在短短的几年内,已经涌现许多相关改进和应用的文献.如文献[7]引入了精英替换策略提出了精英TLBO算法(ETLBO),ETLBO算法在求解复杂约束优化函数过程中表现出了很好的性能;文献[8]提出一种融合差分变异的教-学优化算法(DMTLBO),该算法首先提出自适应教学因子,随后根据差分进化算法中的变异策略,对学习阶段进行改进,从而提高了算法的收敛速度;文献[9]提出了一种求解无约束优化问题的改进教与学优化算法(MTLBO),该算法中提出了教师数量的概念,并将TLBO算法中的教学因子和学习阶段分别进行改进,从而提高了算法的收敛速度和精度;文献[10]提出了一种优化神经网络的教与学优化算法,该算法将TLBO算法中教学阶段和学习阶段分别进行改进,并提出一种“自学”机制来增强算法的学习能力;文献[11]将教与学优化算法与差分进化算法结合并应用于混沌时间序列的预测;文献[12]用教与学优化算法解决作业车间调度问题等.这些算法对基本TLBO算法做了改进,使得在收敛精度和收敛速度上有不同程度的改善.但由于TLBO算法在“教师”阶段和“学员”阶段都是保留较好的个体组成新的种群进行下一次迭代操作,使得群体多样性丢失,造成算法在迭代后期很容易陷入局部最优.针对此问题,由于“学员”在互相学习的同时会遇到他们都不能理解的部分,就会向教师求教,从而保证前期学习的高效性,故本文对基本TLBO算法中的“学员”阶段做了改进,加速了迭代前期算法的收敛速度.同时利用模拟退火算法(Simulate Annealing, SA)能有效地跳出局部最优的能力,将SA算法融入TLBO算法中,提出了一种融合模拟退火的改进教与学优化算法(SAMTLBO).

**收稿日期:**2015-04-22; **修回日期:**2015-12-10.

**基金项目:**国家自然科学基金(61561001),北方民族大学重点科研项目(2015KJ10).

**第1作者简介:**岳振芳(1988—),男,宁夏固原人,宁夏大学硕士研究生,研究方向为智能计算与智信息处能理, E-mail: yuezf13@163.com.

**通信作者:**高岳林(1963—),男,陕西榆林人,北方民族大学教授,博士生导师,研究方向为最优化理论方法及应用,智能计算与智能信息处理, E-mail: gaoyuelin@163.com.

## 1 基本 TLBO 算法

教学是一个重要的过程, 每个个体试图向其他个体学习来提高自己的知识水平. 基于这种情况, Rao<sup>[1-2]</sup>等提出了一种新的优化算法 TLBO 算法, 其原理是模拟传统的教学现象. 该算法分为两个阶段: 1) 通过向教师学习(称为教师阶段); 2) 学员之间的相互学习(称为学员阶段). TLBO 算法是一个基于种群的优化算法, 一个班级的学员(即所有学员个数)类似于优化问题的种群规模; 提供给学员的不同课程类似于优化问题的决策变量; 学员的学习结果类似于优化问题的适应度值; 当前班级中学习成绩最好的学员作为教师. 下面介绍基本 TLBO 算法的两个阶段.

### 1.1 教师阶段

在这一阶段中, 教师根据自身的能力提高班级成绩的平均值在他所教导的课程中. 在第  $i$  次迭代中, 假设  $d$  代表班级学习科目(决策变量),  $n$  代表班级人数(种群规模,  $k = 1, 2, \dots, n$ ),  $M_{j,i}$  代表第  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, d$ ) 门科目的平均值,  $X_{j,t,i}$  代表第  $j$  门科目中学习成绩最好的一位作为教师. 学员跟教师之间的差异用如下公式表示:

$$D_{-} M_{j,k,i} = r_i \cdot (X_{j,t,i} - T_F \cdot M_{j,i}), \quad (1)$$

其中,  $r_i$  是  $[0, 1]$  之间的随机数,  $T_F$  是教学因子,  $T_F$  的值是 1 或 2, 其值随机等概率取决于:

$$T_F = \text{round}[1 + \text{rand}(0, 1) \{2 - 1\}]. \quad (2)$$

经过教师教学后, 学员达到新的水平用(3)式表示:

$$X'_{j,k,i} = X_{j,k,i} + D_{-} M_{j,k,i}, \quad (3)$$

其中,  $X_{j,k,i}$  和  $X'_{j,k,i}$  表示第  $i$  次迭代中第  $k$  个学员的第  $j$  门科目在教师教学前和教学后的知识水平. 如果  $X'_{j,k,i}$  优于  $X_{j,k,i}$ , 则更新  $X_{j,k,i}$ ; 如果  $X'_{j,t,i}$  优于  $X_{j,t,i}$ , 则更新  $X_{j,t,i}$ .

### 1.2 学员阶段

在这一阶段, 学员之间通过互动来提升他们的知识水平. 一个学员可以随机地与其他学员交互学习来提高自己的能力. 所以随机地选择两名学员  $p$  和  $q$ , 且  $X'_{j,p,i} \neq X'_{j,q,i}$ . 这一阶段的学习现象由(4)式表示:

$$X''_{j,p,i} = \begin{cases} X'_{j,p,i} + r_i \cdot (X'_{j,p,i} - X'_{j,q,i}), & f(X'_{j,p,i}) < f(X'_{j,q,i}), \\ X'_{j,q,i} + r_i \cdot (X'_{j,q,i} - X'_{j,p,i}), & f(X'_{j,q,i}) < f(X'_{j,p,i}), \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $r_i$  是  $[0, 1]$  之间的随机数.  $X'_{j,p,i}$  和  $X'_{j,q,i}$  分别表示学员  $p$  和学员  $q$  在教学前的知识水平,  $X''_{j,p,i}$  表示学员  $p$  向学员  $q$  学习后的知识水平. 如果  $X''_{j,p,i}$  优于  $X'_{j,p,i}$ , 则更新  $X'_{j,p,i}$ ; 如果  $X'_{j,p,i}$  优于  $X_{j,t,i}$ , 则更新  $X_{j,t,i}$ .

## 2 SAMTLBO 算法

### 2.1 改进的学员阶段

学员用不同的方式提高自己的知识水平: 1) 学员之间的相互学习, 即学员之间可以有对象地选择比自己成绩好的学员学习, 从而达到提升自己水平的目的; 2) 通过教师的意见学习, 即教师会根据学生的学习情况制定相应的学习目标, 在此过程中还需不断地求教于教师才能很好地完成学习目标. 这一阶段的学习现象由(5)式表示:

$$X''_{j,p,i} = \begin{cases} X'_{j,p,i} + r_i \cdot (X'_{j,p,i} - X'_{j,q,i}) + r_i \cdot (X_{j,t,i} - T_F \cdot X'_{j,p,i}), & f(X'_{j,p,i}) < f(X'_{j,q,i}), \\ X'_{j,q,i} + r_i \cdot (X'_{j,q,i} - X'_{j,p,i}) + r_i \cdot (X_{j,t,i} - T_F \cdot X'_{j,p,i}), & f(X'_{j,q,i}) < f(X'_{j,p,i}), \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $r_i$  是  $[0, 1]$  之间的随机数. 如果  $X''_{j,p,i}$  优于  $X'_{j,p,i}$ , 则更新  $X'_{j,p,i}$ ; 如果  $X'_{j,p,i}$  优于  $X_{j,t,i}$ , 则更新  $X_{j,t,i}$ .

### 2.2 SAMTLBO 算法原理

本文提出的 SAMTLBO 算法是以 TLBO 算法作为主体流程, 把模拟退火机制引入其中. 然后初始化种群规模, 确定当前温度, 采用轮盘赌策略确定当前温度下全局最优的某个替代值作为教师, 然后根据(1)、(2)、(3)、(5)式更新教师阶段和学员阶段, 对更新的新个体进行退火操作, 在退火过程中会接受一些较差的个体, 增强了种群多样性. 最后将退火后的个体作为下一代的群体进行迭代操作.

### 2.3 SAMTLBO 算法步骤

步骤1 设定种群规模  $N$ , 最大迭代次数  $M$ , 决策变量的范围  $(x_i^l, x_i^u)$ , 教学因子  $T_F$ , 维数  $D$  及退火因子  $\lambda$ ;

步骤2 根据种群规模和决策变量初始化种群, 并计算适应度值, 确定当前群体中最优个体  $X_g$ ;

步骤3 确定初始温度;

步骤4 根据(6)式确定当前温度下  $X_i$  的适配值:

$$TF(X_i) = (e^{-(f(X_i)-f(X_g))/t}) / \sum_{i=1}^N e^{-(f(X_i)-f(X_g))/t}; \quad (6)$$

步骤5 用轮盘赌策略从所有  $X_i$  中选择一个全局最优的替代值  $X'_g$  作为教师;

步骤6 按照(1)、(2)、(3)式计算教师阶段后学员的知识水平  $X'_{j,k,i}$ , 如果  $X'_{j,k,i}$  优于  $X_{j,k,i}$ , 则更新  $X_{j,k,i}$ ; 如果  $X'_{j,k,i}$  优于  $X_{j,t,i}$ , 则更新  $X_{j,t,i}$ ;

步骤7 按照(5)式计算学员在自身学习后的知识水平  $X''_{j,p,i}$ , 如果  $X''_{j,p,i}$  优于  $X'_{j,p,i}$ , 则更新  $X'_{j,p,i}$ ; 如果  $X''_{j,p,i}$  优于  $X_{j,t,i}$ , 则更新  $X_{j,t,i}$ ;

步骤8 终止准则, 如果达到最大迭代次数停止, 否则转至步骤4;

步骤9 初始温度和退温方式分别用如下公式确定:  $t_0 = f(X_g)/\ln 5$ ,  $t_{k+1} = \lambda t_k$ .

## 3 实验仿真测试

### 3.1 测试函数

为了验证 SAMTLBO 算法的有效性选用 8 个无约束测试函数进行仿真测试函数如下所示最优值均为 0. 文中同时利用 TLBO<sup>[1-2]</sup>, ETLBO<sup>[7]</sup>, DMTLBO<sup>[8]</sup> 算法对函数进行仿真.

$$f_1(\text{Sphere}): f_1(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2, |x_i| \leq 100;$$

$$f_2(\text{Quadric}): f_2(x) = \sum_{i=1}^D (\sum_{j=1}^i x_j^2), |x_i| \leq 100;$$

$$f_3(\text{Ackley}): f_3(x) = 20 - 20 \exp \left[ -0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2} \right] - \exp \left( \frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i) \right) + e, |x_i| \leq 32.768;$$

$$f_4(\text{Rastrigin}): f_4(x) = \sum_{i=1}^D (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10), |x_i| \leq 5.12;$$

$$f_5(\text{Griewank}): f_5(x) = \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^D \cos \left( \frac{x_i}{\sqrt{i}} \right) + 1, |x_i| \leq 600;$$

$$f_6(\text{Schwefel}): f_6(x) = \sum_{i=1}^D |x_i| + \prod_{i=1}^D |x_i|, |x_i| \leq 10;$$

$$f_7(\text{Multimod}): f_7(x) = \sum_{i=1}^D |x_i| \cdot \prod_{i=1}^D |x_i|, |x_i| \leq 10;$$

$$f_8(\text{Step}): f_8(x) = \sum_{i=1}^D (x_i + 0.5), |x_i| \leq 100.$$

### 3.2 测试结果及与其他算法比较

为了实验的公平性, 所有测试函数的种群规模  $N=50$ 、维数  $D=30$ 、最大迭代次数  $M=1000$ . 本文中退火参数  $\lambda=0.25$ , 其他参数与文献[1-2, 7-8]中的一致. 每个基准测试函数用 4 种算法分别运行 30 次所获得的最好值 Best、平均值 Mean、最差值 Worst 及标准差 Std 方面做了比较. 如表 1 所示, 其中黑体的是 4 种算法得到的最好解. 8 个基准测试函数分别用 4 种算法测试的收敛曲线如图 1~8 所示.

从表 1 可以看出, 对于函数  $f_1, f_6$  和  $f_7$ , SAMTLBO 算法 30 次运行所得到的最优值、平均值、最差值及标准差均优于基本 TLBO 算法、ETLBO 算法和 DMTLBO 算法. 对于  $f_2$  和  $f_3$ , SAMTLBO 算法和 DMTLBO 算法得到的结果一样, 但优于基本 TLBO 算法和 ETLBO 算法. 对于  $f_4$  和  $f_5$ , 4 种算法均达到

了全局最优,对于  $f_8$  4 种算法均陷入局部最优,且效果较差.

表 1 测试结果

函数	算法	Best	Mean	Worst	Std
$f_1$	TLBO	6.41e-095	3.66e-084	1.09e-082	6.65e-085
	DMTLBO	1.72e-150	2.57e-139	7.70e-138	4.69e-140
	ETLBO	4.27e-180	2.42e-171	4.50e-170	1.34e-171
	SAMTLBO	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$f_2$	TLBO	1.67e-182	6.59e-167	1.78e-165	3.28e-168
	DMTLBO	1.81e-289	2.45e-272	7.22e-271	5.37e-273
	ETLBO	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
	SAMTLBO	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$f_3$	TLBO	3.11e-015	3.22e-015	6.66e-015	2.16e-017
	DMTLBO	3.11e-015	3.70e-015	6.66e-015	1.08e-016
	ETLBO	<b>4.44e-016</b>	<b>4.44e-016</b>	<b>4.44e-016</b>	<b>0</b>
	SAMTLBO	<b>4.44e-016</b>	<b>4.44e-016</b>	<b>4.44e-016</b>	<b>0</b>
$f_4$	TLBO	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
	DMTLBO	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
	ETLBO	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
	SAMTLBO	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$f_5$	TLBO	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
	DMTLBO	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
	ETLBO	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
	SAMTLBO	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$f_6$	TLBO	2.72e-046	4.66e-042	8.33e-041	8.24e-043
	DMTLBO	6.57e-082	5.03e-070	1.50e-068	9.19e-071
	ETLBO	9.91e-090	4.38e-086	9.32e-085	7.92e-087
	SAMTLBO	<b>7.10e-228</b>	<b>7.32e-224</b>	<b>6.22e-223</b>	<b>8.53e-225</b>
$f_7$	TLBO	7.54e-093	2.51e-083	7.54e-082	4.59e-084
	DMTLBO	2.12e-146	3.62e-135	1.09e-133	6.60e-136
	ETLBO	3.07e-295	1.58e-284	4.54e-283	3.49e-285
	SAMTLBO	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$f_8$	TLBO	3.68	5.21	6.35	0.03
	DMTLBO	2.68	4.07	4.88	0.12
	ETLBO	3.64	5.23	6.22	0.01
	SAMTLBO	<b>2.17</b>	<b>3.70</b>	<b>4.85</b>	<b>0.09</b>

图 1~8 分别为各算法在函数  $f_1 \sim f_8$  中的寻优曲线图,可以看出, SAMTLBO 算法在收敛速度和寻优精度上均优于基本 TLBO 算法、ETLBO 算法和 DMTLBO 算法.

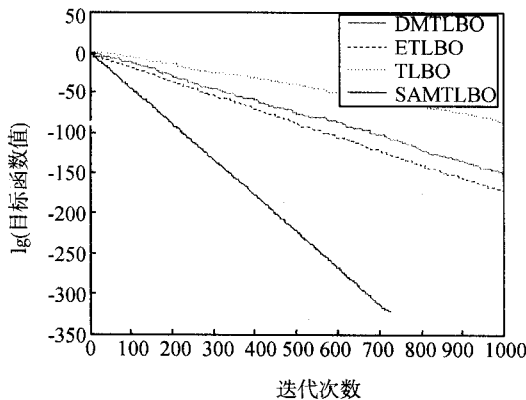


图1 函数 $f_1$ 的收敛曲线

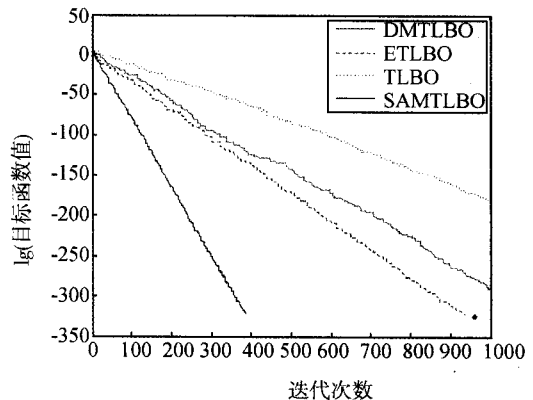


图2 函数 $f_2$ 的收敛曲线

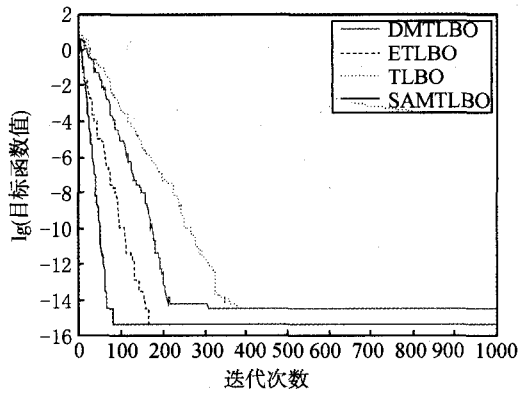


图3 函数 $f_3$ 的收敛曲线

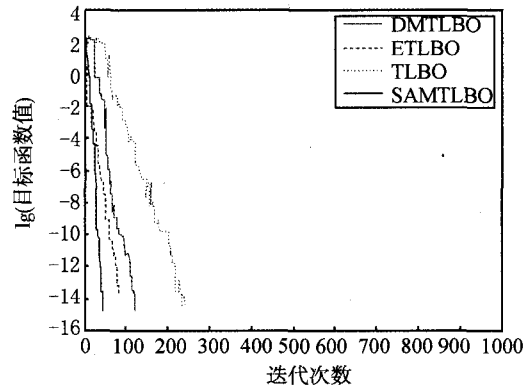


图4 函数 $f_4$ 的收敛曲线

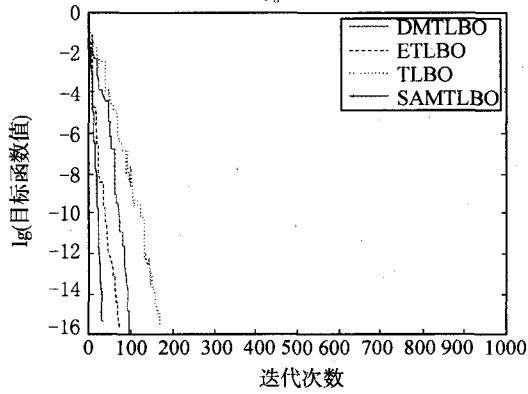


图5 函数 $f_5$ 的收敛曲线

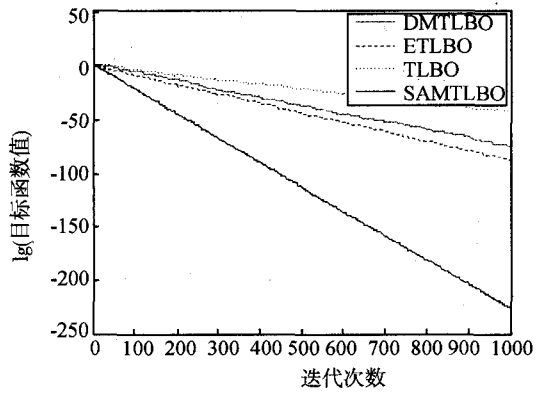


图6 函数 $f_6$ 的收敛曲线

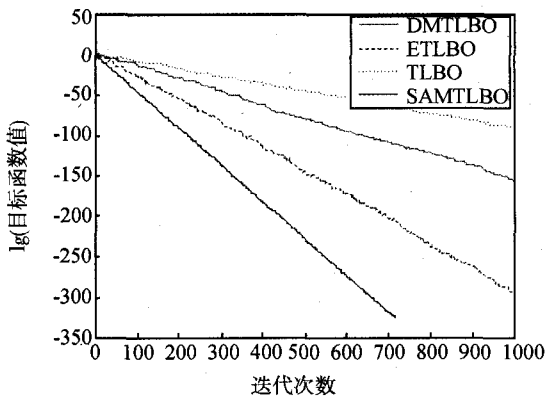


图7 函数 $f_7$ 的收敛曲线

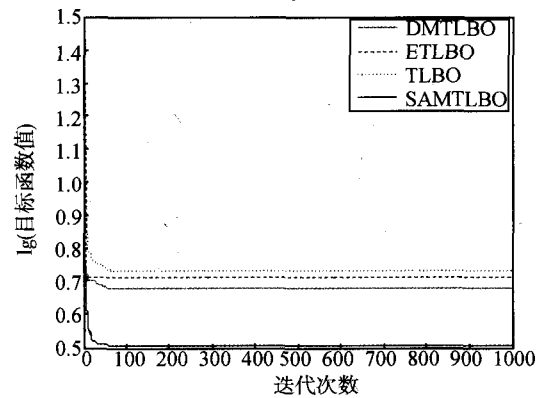


图8 函数 $f_8$ 的收敛曲线

### 4 结 论

本文提出了一种融合模拟退火的改进教与学优化算法,该算法不仅保留了 TLBO 算法全局寻优能力强、参数少、简单易实现等优点,而且对学员阶段的改进加速了算法迭代前期的收敛速度,同时利用模拟退方法增强了 TLBO 算法摆脱局部最优的能力,改善了 TLBO 算法在迭代后期易陷入局部最优的缺点.最后对优化函数进行数值实验,数值实验表明,该算法不论是在收敛速度还是在寻优精度上均优于基本 TLBO 算法、ETLBO 算法和 DMTLBO 算法.从而说明了该算法的有效性.

### 参 考 文 献

[1] Rao R V, Savsani V J, Vakharia D P. Teaching-learning-based optimization: a novel method for constrained mechanical design optimization problems[J]. Computer Aided Design, 2011, 43(3): 303-315.  
 [2] Rao R V, Savsani V J, Vakharia D P. Teaching-learning-based optimization: an optimization method for continuous non-linear large scale

- problems[J]. *Information Sciences*, 2012, 183(1):1-15.
- [3] Rao R V, Sivasani V J, Balic J. Teaching-learning-based optimization algorithm for unconstrained and constrained real parameter optimization problems[J]. *Engineering Optimization*, 2012, 44(2):1447-1462.
- [4] Rao R V, Patel V. Multi-objective optimization of heat exchangers using a modified teaching-learning-based optimization algorithm[J]. *Applied Mathematical Modeling*, 2013, 37(3):1147-1162.
- [5] Rao R V, Patel V. Multi-objective optimization of two stage thermoelectric coolers using a modified Teaching-learning-based optimization algorithm[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2013, 26(1):430-445.
- [6] Crepinsek M, Liu S H, Mernik L. A note on teaching-learning-based optimization algorithm[J]. *Information Sciences*, 2012, 212(1):79-93.
- [7] Rao R V, Patel V. An elitist teaching-learning-based optimization algorithm for solving complex constrained optimization problems[J]. *International Journal*, 2012, 3(4):535-560.
- [8] 李会荣, 乔希良, 赵鹏军. 融合差分变异的教-学优化算法[J]. *计算机工程与应用*, 2014, 50(22):1-6.
- [9] Rao R V, Patel V. An improved teaching-learning-based optimization algorithm for solving unconstrained optimization problems[J]. *Scientia Iranica*, 2013, 20(3):710-720.
- [10] 拓守恒. 一种优化神经网络的教与学优化算法[J]. *智能系统学报*, 2013, 8(4):327-332.
- [11] Wang L, Zou F, Hei X H. A hybridization of teaching-learning-based optimization and differential evolution for chaotic time series prediction[J]. *Neural Comput & Applic*, 2014, 25(7):1407-1422.
- [12] Rao R V, Keesari H S. Optimization of job shop scheduling problems using teaching-learning-based optimization algorithm[J]. *Opsearch*, 2014, 51(4):545-561.

## Modified Teaching-Learning-Based Optimization Algorithm by Using Simulated Annealing

YUE Zhenfang<sup>1</sup>, GAO Yuelin<sup>2</sup>

(1. School of Mathematics and Computer Science, Ningxia University, Yinchuan 750021, China;

2. Research Institute of Information and System Science, Beifang University of Nationalities, Yinchuan 750021, China)

**Abstract:** As for the disadvantage in local optima of Teaching-Learning-Based Optimization algorithm (TLBO) in solving complex optimization problem, a modified Teaching-Learning-Based Optimization by using simulated annealing (SAMTLBO) is proposed. The algorithm firstly makes an improvement in students stage. On the basic of keep TLBO easily implement and we utilize simulated annealing method to enhance TLBO algorithm to get rid of the ability of its local optimum. Finally we apply four kinds of algorithms to simulate unconstrained optimization functions. Numerical experiments show that SAMTLBO algorithm is better than basic TLBO algorithm, ETLBO algorithm and DMTLBO algorithm in terms of convergence speed and search precision.

**Keywords:** teaching-learning-based optimization algorithm; simulated annealing algorithm; local optima