

# 一种基于改进的磷虾群和粒子群的混合算法

刘沛, 高岳林, 郭伟

(北方民族大学 信息与系统科学研究所, 银川 750021)

**摘要:**针对基本磷虾群(KH)算法在求解高位复杂优化问题时容易陷入局部最优、求解精度低等缺点,提出了一种基于改进的磷虾群和粒子群的混合算法(AIPSOKH).该算法首先对KH算法中的觅食权重和诱导权重采用非线性递减策略,然后将其与惯性权重线性递减的粒子群算法(LDWPSO)混合,采用双子种群同时计算的并行策略进行迭代计算,借鉴自然选择中适者生存的进化机制提升母种群中个体的质量,以此来避免算法陷入局部最优,并提升其求解精度.最后通过8个标准测试函数的对比实验表明,在全局搜索能力和求解精度上与提到的2种算法相比都有着显著优势.

**关键词:**磷虾群算法;非线性递减;粒子群算法;双子种群并行策略;自然选择

**中图分类号:**TP18

**文献标志码:**A

智能优化算法是通过模拟或揭示某些自然现象或过程发展而来的,为解决复杂问题提供了新的思路 and 手段.智能优化算法具有全局、并行高效的优化性能,并且鲁棒性、通用性强,已广泛应用于计算机科学、优化调度、运输问题等领域,引起了国内外学者的广泛重视,并掀起了该领域的研究热潮.

磷虾群(KH)算法<sup>[1]</sup>是由 Gandomi 和 Alavi 在 2012 年首次提出的一种新的群智能优化算法.磷虾群算法具有前期收敛速度快优点,也具有一旦陷入局部最优没有能力跳出、求解精度不高等缺点.对此,研究人员对磷虾群算法从不同方面对算法进行改进,例如文献[2]提出了一种将3种混沌搜索加入到觅食运动中的磷虾群算法(CKH),文献[3]提出了将步长缩放因子采用线性递减的磷虾群算法(KHLD),文献[4]将差分进化引入到磷虾群算法(DEKH)中,这些改进都使得算法性能有了一定提升,但仍未很好地解决算法易陷入局部最优、求解精度不高的缺点.为此本文提出了一种基于改进的磷虾群和粒子群的混合算法(AIPSOKH).在初始种群即第一代母种群生成后,将其按比例分成两个子种群,对两个子种群分别同时进行改进后的KH算法和LDWPSO算法的迭代,在每次迭代完成后,将新生成的两个子种群融合产生新的母种群,然后对新的母种群进行自然选择,进而进行下一次迭代,这样既可以提升母种群的多样性,有效地提升前期的收敛速度和后期的搜索能力,也可以大大提高算法的运行效率.

## 1 KH 算法

KH 算法是一种新的启发式智能优化算法,该算法主要基于对南极磷虾群在海洋环境中的运动过程的仿真研究<sup>[5]</sup>.对于磷虾个体,它的位置更新主要受到3个因素的影响:1)诱导运动(周围磷虾的诱导);2)觅食活动;3)随机扩散.

磷虾个体的速度更新公式采用了以下的拉格朗日模型:

$$\frac{dx_i}{dt} = N_i + F_i + D_i,$$

其中,  $N_i$ ,  $F_i$  和  $D_i$  分别代表第  $i$  个粒子运动速度受到上面所提3个因素的影响.

收稿日期:2016-06-11;修回日期:2017-02-21.

基金项目:国家自然科学基金(61561001);北方民族大学重点科研项目资助(2015KJ10).

作者简介(通信作者):高岳林(1963-),男,陕西榆林人,北方民族大学教授,博士生导师,主要从事智能计算与智能信息处理、最优化理论方法及其应用等的研究,E-mail:gaoyueling@263.net.

3个因素的公式构造如下:

$$N_i = N^{\max} \alpha_i + \omega_n N_i^o, \quad (1)$$

$$F_i = V_f \beta_i + \omega_f F_i^o, \quad (2)$$

$$D_i = D^{\max} \left(1 - \frac{t}{t_{\max}}\right) \delta,$$

其中,  $N^{\max}$ ,  $V_f$  和  $D^{\max}$  和分别代表最大诱导速度、最大觅食速度和最大扩散速度,  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\delta$  分别代表诱导方向、觅食方向和扩散方向,  $\omega_n$ ,  $\omega_f$  分别为觅食权重和诱导权重,  $t$ ,  $t_{\max}$  分别为当前迭代次数和最大迭代次数.

磷虾个体在  $t$  到  $t + \Delta t$  区间的位置更新公式如下:

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + \frac{dx_i}{dt}(\Delta t), \Delta t = Ct \sum_{j=1}^{N_V} (UB_j - LB_j),$$

其中,  $\Delta t$  为速度向量的缩放因子,  $C_t$  为步长缩放因子, 取介于  $[0, 2]$  的常数,  $N_V$  代表变量数,  $UB_j$ ,  $LB_j$  分别为第  $j$  个变量的上界和下界.

为了进一步提升算法的性能, 在算法中执行遗传算子(交叉或变异), 经测试, 交叉算子更为有效<sup>[1]</sup>. 交叉算子公式如下:

$$x_{i,m} = \begin{cases} x_{r,m}, R_{i,m} < C_r, \\ x_{i,m}, \text{其他}, \end{cases}$$

其中  $C_r$  为交叉概率.

## 2 AIPSOKH 算法

### 2.1 觅食权重和运动权重的时变非线性递减策略

在 KH 算法中, 假设(1)和(2)式中的  $\alpha_i = \beta_i = 0$ , 则磷虾个体将一直以  $\omega_n N_i^o$  和  $\omega_f F_i^o$  进行诱导运动和觅食运动, 直至边界为止. 由此可知, 较大的  $\omega_n$  和  $\omega_f$  有利于跳出局部极小点, 算法有很强的全局搜索能力; 较小的  $\omega_n$  和  $\omega_f$  有利于对当前区域进行精确的局部搜索, 提高算法的局部搜索能力; 因此, 合理地调节诱导权重  $\omega_n$  和觅食权重  $\omega_f$  是算法高效搜索且避免陷入局部最优的关键, 本文在这里提出了一种非线性递减策略, 即:

$$\omega_n = \omega_f = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{t_{\max}} (t_{\max} - t) + \omega_{\min} R,$$

其中,  $t$  和  $t_{\max}$  分别为当前迭代次数和最大迭代次数,  $\omega_{\max}$  和  $\omega_{\min}$  分别代表惯性权重的最大值和最小值. 这种策略使得算法的  $\omega_n$  和  $\omega_f$  总体在逐渐减小, 随机数  $R$  的引入改变了其线性递减的单调模式, 从而更加有效地避免陷入局部最优.

### 2.2 双种群并行计算的混合策略

为提升高维复杂优化问题的求解精度, 本文将 LDWPSO 算法混合到改进后的 KH 算法的更新过程中.

#### 2.2.1 LDWPSO 算法

PSO 算法<sup>[6]</sup> 是受鸟群觅食行为的启发而提出的群体智能优化, 采用进化算法中群体和进化的概念. 假设有  $NP$  个粒子组成的群体在  $n$  维的探索空间以某个固定的速度飞行.  $x_i^t$  为粒子  $i$  在  $t$  时刻的位置,  $v_i^t$  为粒子  $i$  在  $t$  时刻的速度,  $P_i^t$  为个体最优值,  $P_g^t$  为全局最优值.

粒子根据如下的公式来更新:

$$v_{ij}^{t+1} = \omega_p v_{ij}^t + c_1 r_1 (P_{ij}^t - x_{ij}^t) + c_2 r_2 (P_{gj}^t - x_{ij}^t), \quad (3)$$

$$x_{ij}^{t+1} = x_{ij}^t + v_{ij}^t, \quad (4)$$

其中,  $r_1, r_2$  为均匀分布在  $[0, 1]$  区间内的随机数;  $c_1, c_2$  称为学习因子,  $\omega_p$  称为惯性权重, 根据文献<sup>[7]</sup>, 通常取  $c_1 = c_2 = 1.49445$ ;  $\omega_p$  取  $[0, 1]$  之间的常数; 文献<sup>[8]</sup> 将(3)式中的  $\omega_p$  进行更新:

$$\omega_p = \omega_{\max} - \left(\frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{t_{\max}}\right)t,$$

其中,  $\omega_{\max}$  和  $\omega_{\min}$  分别代表惯性权重  $\omega_p$  的最大值和最小值. 经过大量数值实验, 可知当  $\omega_{\max} = 0.9$ ,  $\omega_{\min} =$

0.4 时效果较好.

### 2.2.2 双种群并行计算策略

在初始种群即第一代母种群产生过后,按照 2:8 的比例(此比例为经过大量数值实验得到的结果)将母种群随机分成两个子种群,分别叫作子种群 1 和子种群 2. 对子种群 1 按照改进后的 KH 算法进行迭代,对子种群 2 按照 LDWPSO 算法进行迭代,然后对由两个子种群迭代完成后生成的新的子种群进行融合,产生新一代母种群.

子种群 1 和子种群 2 分别进行的相应迭代计算是同时进行的,也就是将并行计算运用到算法的迭代过程中. 这样做的好处是可以大大减少算法的运行时间,提高算法的运行效率.

### 2.3 自然选择策略

本文算法在上述几种改进的基础上,还加入了自然选择的思想,最终得到一种基于改进的磷虾群和粒子群的混合算法(AIPSOKH).

自然选择的基本思想是:在对新一代母种群生成过后,将对新生成的母种群进行适应度值的评估,即按照适应度值进行排序,用新母种群中适应度值好的前  $1/K$  替换适应度值差的后  $1/K$ ,在此基础上保留原来每个个体所记忆的历史最优值,提高新母种群中优秀粒子的比重,以此来确保每次迭代的个体都具有很好的性能,这样也会加快算法的收敛速度. 在本文中,为了保持母种群中个体的多样性以及全局性,防止母种群中的个体陷入局部最优. 在这里,取  $K$  为 10,即用前 10% 的个体来替换后 10% 的个体<sup>[9]</sup>.

## 3 AIPSOKH 算法的基本步骤

步骤 1 母种群初始化及参数设置;

步骤 2 将目标函数值作为适应度值,评价母种群中每个粒子的适应度,并将当前母种群个体的位置和适应度值储存在各个体的  $P_b$  中,将所有  $P_b$  中适应度值最优的位置和适应度值储存在  $G_b$  中;

步骤 3 将母种群按比例 2:8 随机分成两个子种群 1 和 2;

步骤 4 对子种群 1 中的各个体按照改进后的 KH 算法进行迭代,计算生成新的子种群 1,对子种群 2 各个体按照 LDWPSO 算法进行迭代,计算生成新的子种群 2;

步骤 5 将新的子种群 1 和 2 融合成新的母种群,并更新  $P_b$  和  $G_b$ ;

步骤 6 将新的母种群按适应度值排序,进行自然选择;并保持  $P_b$  和  $G_b$  不变;

步骤 7 若满足终止条件(迭代次数),则算法停止,输出结果;否则,返回步骤 3.

## 4 数值实验和结果分析

### 4.1 数值实验

为了验证 AIPSOKH 算法的性能,本文将 AIPSOKH 算法与 2 种算法—KH 算法和 LDWPSO 算法进行比较. 分别对 8 个典型的标准测试函数(见表 1), 其中,  $f_1$  是典型的单峰函数,在解的探索空间中仅有一个极值点;  $f_2$  为病态函数,是一个经典复杂优化问题,它的全局最优点位于一个平滑、狭长的抛物形山谷内. 由于函数仅仅为优化算法提供了少量信息,使得算法很难辨别探索方向,找到全局最优点的机会很小.  $f_3$  至  $f_8$  是典型的非线性多峰函数,在探索空间中存在大量的局部极值点,若算法的设计存在问题则很难跳出局部极值取寻找全局最优. 在对比试验的测试过程中,每个函数进行 30 次独立数值实验. 测试平台为:操作系统 Windows 7 32-bit, CPU 为 Inter(R) Core(TM) i7-4790S, 主频为 3.20 GHz, 内存为 4 GB, 编程语言为:MATLAB 7.11.0.584(R2010b).

### 4.2 结果分析

由表 2 可以看出:AIPSOKH 在 8 个测试函数的 Min、Max、Mean 和 Std 方面的表现均优于 KH 和 LDWPSO; Min、Max 和 Mean 的表现说明了 AIPSOKH 算法相较于 KH 和 LDWPSO 算法具有很强的全局和局部搜索能力,因而在求解精度表现优异. Std 的表现说明了 AIPSOKH 算法每次独立测试的结果都很接近,具有较强的稳定性,是一种可靠的智能优化算法.

表 1 测试函数

序号	名称	函数	维数	搜索空间	全局最小值	最优解
$f_1$	Sphere	$\sum_{i=1}^D x_i^2$	30	$[-100, 100]^D$	0	$(0)^D$
$f_2$	Rosenbrock	$\sum_{i=1}^{D-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$	30	$[-30, 30]^D$	0	$(0)^D$
$f_3$	Rastrigin	$\sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	30	$[-5.12, 5.12]^D$	0	$(0)^D$
$f_4$	Ackley	$-20 e^{(-0.02 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2})} - e^{(D-1 \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i))} + 20 + e$	30	$[-32, 32]^D$	0	$(0)^D$
$f_5$	Girewank	$1 + \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}})$	30	$[-600, 600]^D$	0	$(0)^D$
$f_6$	Salomon	$1 - \cos(2\pi \sqrt{\sum_{i=1}^D x_i^2}) + 0.1 \sqrt{\sum_{i=1}^D x_i^2}$	30	$[-100, 100]^D$	0	$(0)^D$
$f_7$	Dixon	$(x_1 - 1)^2 + \sum_{i=2}^D i(2x_i^2 - x_{i-1})^2$	30	$[-10, 10]^D$	0	$(0)^D$
$f_8$	Sum Squares	$\sum_{i=1}^D ix_i^2$	30	$[-10, 10]^D$	0	$(0)^D$

表 2 AIPSOKH 与 LDWPSO 和 KH 的结果对比

函数	算法	最小值	最大值	平均值	标准差
$f_1$	LDWPSO	0.574 116	26.852 186	7.391 609	7.166 778
	KH	9.324 4e-05	3.468 4e-04	1.802 1e-04	6.560 4e-05
	AIPSOKH	<b>1.082 9e-16</b>	<b>5.352 2e-12</b>	<b>6.886 3e-13</b>	<b>1.138 4e-12</b>
$f_2$	LDWPSO	1.235 01e+02	1.651 4e+03	3.697 0e+02	3.029 1e+02
	KH	1.036 37e+02	6.054 6e+02	2.173 8e+02	1.489 6e+02
	AIPSOKH	<b>0.698 524</b>	<b>1.990 1e+02</b>	<b>58.621 050</b>	<b>38.267 404</b>
$f_3$	LDWPSO	29.472 368	1.106 1e+02	56.421 411	17.637 659
	KH	3.054 356	1.358 9e+02	50.980 791	57.878 545
	AIPSOKH	<b>1.1546 31e-13</b>	<b>1.795 54e-11</b>	<b>4.239 8e-12</b>	<b>4.444 3e-12</b>
$f_4$	LDWPSO	1.064 748	1.797 199	1.364 317	0.176 734
	KH	0.322 908	0.709 167	0.513 794	0.094 624
	AIPSOKH	<b>1.341 7e-08</b>	<b>1.559 2e-07</b>	<b>7.019 6e-08</b>	<b>3.364 0e-08</b>
$f_5$	LDWPSO	0.455 809	1.151 489	0.967 925	0.179 975
	KH	0.067 777	0.255 470	0.155 389	0.047 001
	AIPSOKH	<b>2.451 3e-13</b>	<b>1.009 8e-10</b>	<b>2.048 5e-11</b>	<b>2.530 3e-11</b>
$f_6$	LDWPSO	1.599 873	2.899 873	2.203 206	0.340 874
	KH	0.099 873	0.299 873	0.201 388	0.027 518
	AIPSOKH	<b>2.080 9e-07</b>	<b>8.433 5e-05</b>	<b>1.146 5e-05</b>	<b>1.916 9e-05</b>
$f_7$	LDWPSO	1.547 548	26.745 503	6.935 373	5.864 748
	KH	0.670 507	1.021 234	0.751 475	0.096 965
	AIPSOKH	<b>0.666 714</b>	<b>0.669 186</b>	<b>0.666 989</b>	<b>6.061 2e-04</b>
$f_8$	LDWPSO	0.109 467	7.932 182	2.955 097	1.979 894
	KH	0.003 337	0.102 569	0.032 583	0.026 403
	AIPSOKH	<b>2.243 9e-14</b>	<b>4.469 7e-12</b>	<b>1.200 1e-12</b>	<b>1.048 9e-12</b>

图 1 至图 6 为部分测试函数的对比实验图,由图 1 和图 6 可以看出,AIPSOKH 算法的收敛趋势接近于 KH 算法,但 AIPSOKH 算法的前期收敛速度明显快于 KH 算法;由图 2、图 4、图 5 和图 6 可以看出,在算法迭代的中后期,AIPSOKH 算法相较于 KH 算法和 LDWPSO 算法仍具有很强的局部勘探能力,使得算法避

免陷入局部最优;由图 1 至图 6 可以看出,AIPSOKH 算法的最终求解精度即寻优能力远远优于其他算法;总之,不管是对单峰函数还是多峰函数,AIPSOKH 算法都能较快地找到函数的最优近似解并达到稳定,说明算法有着很好的全局和局部搜索能力.但是,该算法也存在缺点,例如算法的无效迭代次数较多,经过分析可知产生这一现象的原因是改进后的 KH 算法中,因为较强的全局搜索能力会使得食物状态<sup>[1]</sup>和磷虾个体的状态趋于同性,使得可交流的信息量减少,因此下一步研究的重点是将模拟退火<sup>[10]</sup>等操作加入其中,提升种群的多样性.

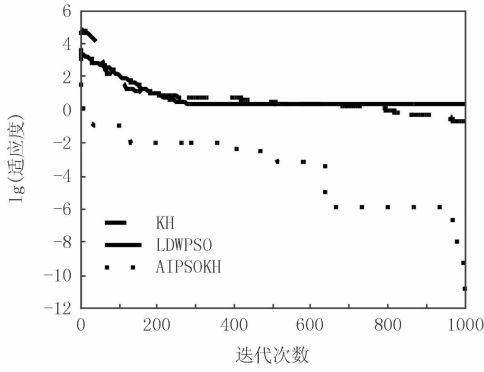


图1 函数 $f_1$ 迭代次数

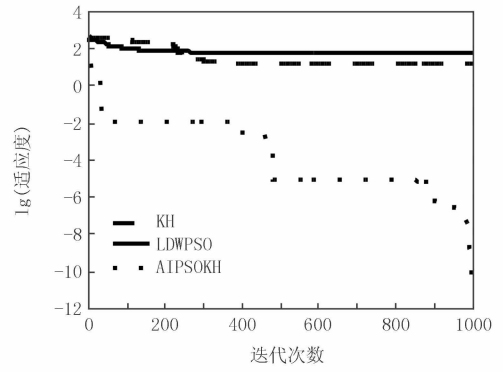


图2 函数 $f_3$ 迭代次数

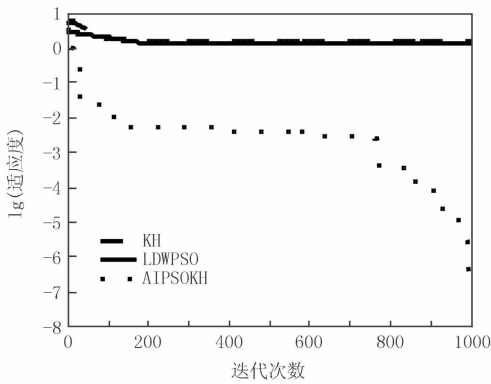


图3 函数 $f_4$ 迭代曲线

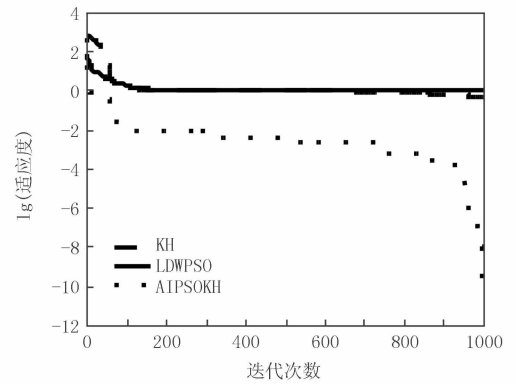


图4 函数 $f_5$ 迭代曲线

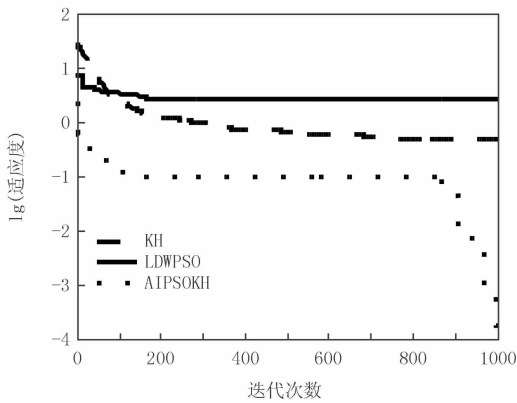


图5 函数 $f_6$ 迭代曲线

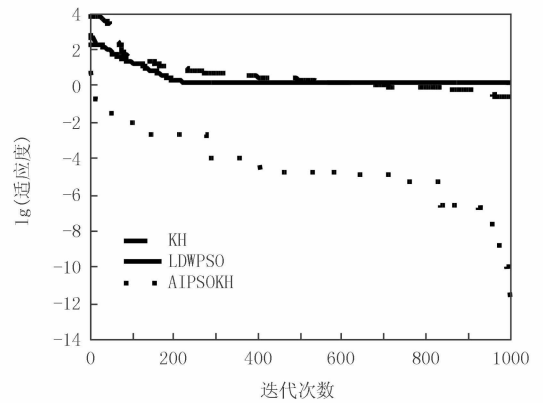


图6 函数 $f_8$ 迭代曲线

### 5 结 论

本文针对磷虾群算法探索能力较差的缺点,提出了一种基于改进的粒子群和磷虾群的混合算法(AIP-

SOKH). 通过实验可以看出, AIPSOKH 算法相较于 LDWPSO 算法和 KH 算法而言, 在探索能力以及求解精度上有着显著优势. 对于前文提到的缺点, 后期将进行更加深入的研究来克服.

### 参 考 文 献

- [1] Gandomi A II, Alavi A II. Krill herd: A new bio-inspired optimization algorithm[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2012, 17(12):4831-4845.
- [2] Saremi S, Mirjalili S M, Mirjalili S. Chaotic Krill Herd Optimization Algorithm [J]. *Procedia Technology*, 2014, 12(1):180-185.
- [3] Li J, Tang Y, Hua C, et al. An improved krill herd algorithm: Krill herd with linear decreasing step[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2014, 234(10):356-367.
- [4] Wang G G, Gandomi A II, Alavi A II, et al. Hybrid krill herd algorithm with differential evolution for global numerical optimization [J]. *Neural Computing and Applications*, 2014, 25(2):297-308.
- [5] Hofmann E E, Haskell A G E, Klinck J M, et al. Lagrangian modelling studies of Antarctic krill (*Euphausia superba*) swarm formation [J]. *ICES Journal of Marine Science*, 2004, 61(4):617-631.
- [6] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C]// *IEEE International Conference on Neural Networks*. Piscataway: IEEE press, 1995:1942-1948.
- [7] Shi Y, Eberhart R C. Parameter Selection in Particle Swarm Optimization[J]. *ICEP*, 1998, 1447(25):591-600.
- [8] Shi Y, Eberhart R. Modified particle swarm optimizer[C]// *IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings*. Piscataway: IEEE press, 1998:69-73.
- [9] 白俊强, 尹戈玲, 孙智伟. 基于二阶振荡及自然选择的随机权重混合粒子群算法[J]. *控制与决策*, 2012, 27(10):1459-1464.
- [10] 岳振芳, 高岳林. 融合模拟退火的改进教与学优化算法[J]. *河南师范大学学报(自然科学版)*, 2016, 44(1):149-154.

## A Hybrid Algorithm Based on Improved Krill Herd and Particle Swarm Optimization

Liu Pei, Gao Yuelin, Guo Wei

(Research Institute of Information and System Science, Beifang University of Nationalities, Yinchuan 750021, China)

**Abstract:** Based on improved krill herd and swarm optimization(AIPSOKH) this paper puts forward a hybrid algorithm to solve problems of low convergence and easily falling into local optimization. This algorithm adds nonlinear decreasing strategy of foraging weight and induced weight into the basic krill herd algorithm, and then involves the particle swarm optimization with linear decreasing inertia weight (LDWPSO) into it. The introduced AIPSOKH uses the strategy of parallel computing with double sub-populations. The evolution of the survival of the fittest in natural selection mechanism enhances the quality of the individuals in the population. Finally through the experiment of 8 Benchmark standard test functions, the performance of algorithm AIPSOKH is compared with the performances of the other two algorithms mentioned. Experiments demonstrate that the algorithm has a significant advantage in the global search ability and the convergence of the results.

**Keywords:** krill herd algorithm; nonlinear decreasing; particle swarm optimization; strategy of double sub-populations parallel computing; natural selection

[责任编辑 陈留院]