

# 聚类系数可调的类星形无标度网络模型

龙永尚, 贾贞, 林航, 周建

(桂林理工大学 理学院, 广西 桂林 541004)

**摘要:**在网络平台空前发展的背景下,提出了一个由简单规则构造的聚类系数可调的类星形无标度网络模型.在模型的演化过程中,每个新加入的节点都通过两步连边的方式连接到网络中,其中一部分连边始终连到几个固定节点上,其余边按度优先机制随机连到其他非固定节点上.理论分析和数值仿真的结果一致表明,该模型同时具有无标度,小世界和类星形的特性.有趣的是,不仅度分布的幂指数依赖于固定节点个数  $\delta$  和连边数  $m$ ,而且聚类系数也受  $\delta$  和  $m$  的调控,不同的是  $\delta$  对聚类系数的影响很大, $m$  对其影响较小,这样使得聚类系数具有很大的调节空间.进一步研究发现,该网络的同步能力也随固定节点个数的增加而增强.

**关键词:**复杂网络模型;小世界;聚类系数;无标度

**中图分类号:**TP393.0

**文献标志码:**A

复杂网络描述了自然和社会中的许多实际复杂系统,例如蛋白质网络<sup>[1]</sup>、代谢网络<sup>[2]</sup>、人际关系网络等等.研究表明大多数实际网络有两个显著的特性:一是无标度特性,即网络节点的度分布遵循幂率分布;二是小世界特性,即网络具有大的聚类系数和小的平均路径长度.在近二十年里,科学家提出了许多网络模型去模拟或解释实际网络这两特性.其中最著名的两个网络模型是 WS 小世界网络模型<sup>[3]</sup>和 BA 无标度网络模型<sup>[4-5]</sup>.

这两个模型的提出极大地推动了网络科学的研究,使复杂网络迅速成为复杂性科学的研究热点<sup>[6-8]</sup>.然而,这两个模型分别描述了网络的小世界和无标度特性,而不同时具备这两个特性.此后,许多学者在网络建模上又做出了大量研究,一些新的网络模型被相继提出<sup>[9-13]</sup>.Li 和 Chen<sup>[9]</sup>提出了局域演化世界网络模型,其度分布从指数分布过渡到幂率分布.Cao 等<sup>[10]</sup>提出了邻居演化世界网络模型,该模型与局域演化世界网络的度分布是一样的,但它的聚类系数在不同的参数下有不同的结果.Guo 等<sup>[11]</sup>提出了一个具有可调分类系数的增长无标度小世界网络,这个网络同时具有小世界效应和无标度的特征.Zhang 等<sup>[12]</sup>提出了聚类系数可调的局域演化世界网络模型.刘慧等<sup>[13]</sup>在 BA 模型的基础上研究了兼顾局域演化、增长,以及局域与局域外存在较弱连接等因素的加权网络.

以上的模型都基于现实网络的小世界和无标度特征提出来的.然而科技高速发展的今天,让许多传统意义上的定律不再适用.例如“六度空间”理论,因为互联网络空前发展,“二度空间”的时代已经来临.现实网络的拓扑结构开始趋向于星形网络结构,“类星形”已成为许多新型网络的重要特性.随着经济全球化,城市群也开始出现类星形网络拓扑结构<sup>[14-16]</sup>.例如长江中游城市出现分别以武汉市和长沙市为中心形成两个星形城市小群体<sup>[16]</sup>.不过,现实网络中的偏好连接机制还是存在的.鉴于此,本文将结合网络的类星形与偏好性特点,提出一个类星形无标度网络模型,以此来模拟和解释实际网络上上述新特性.

本文提出了一个类星形无标度网络模型(star-like scale-free network, SLSF),给出了模型的构造算法,分别从 3 个方面(网络的度分布、聚类系数、平均路径长度)研究了统计特性,而且进一步研究了

收稿日期:2017-10-05;修回日期:2017-12-14.

基金项目:国家自然科学基金(61563013)

作者简介:龙永尚(1991-),男,湖北荆州市人,桂林理工大学硕士研究生,研究方向为复杂网络,E-mail:997979257@qq.com.

通信作者:贾贞(1965-),女,桂林理工大学教授,研究方向为混沌控制与同步,复杂网络,E-mail:jjjzzz0@163.com.

网络的同步能力.理论分析和数值仿真表明,该网络同时具有小世界、无标度和类星形特点,且网络的聚类系数有很大的调节空间,同步能力随固定节点数的增大而增强.

## 1 SLSF 模型的构造

SLSF 网络模型的构造算法如下.

初始网络:给定一个具有  $m_0$  个节点的全局耦合初始网络.

增长规则:每一步加入一个具有  $m$  ( $m \leq m_0$ ) 条边的新节点进入网络中,在初始网络中随机选定  $\delta$  ( $0 \leq \delta \leq m \leq m_0$ ) 个固定节点,新加入节点的连边规则如下:

1) 新节点连接到  $\delta$  个固定节点,得到  $\delta$  条边.

1) 将新节点中剩下的  $m - \delta$  条边按度优先机制连接到非固定节点.连接概率与非固定节点的度  $k_i$  之间满足如下关系

$$\Pi_i = k_i / (\sum_j k_j),$$

其中,  $\sum_j k_j$  代表所有的非固定节点的度之和.

## 2 SLSF 模型的统计特性

### 2.1 度分布

度分布是网络的最重要的统计特征之一,下面运用平均场方法分析 SLSF 模型的度分布.

分成两种情形来讨论:

1) 当  $m = \delta$ , 即固定节点的个数等于连边数时.显然, SLSF 网络就是类星形网络(固定节点与网络中所有节点相连,非固定节点之间没有连边).每个非固定节点的度  $k_i = m$ .固定节点的连边数  $k_i = N - 1$ .因此,当  $m = \delta$  时,网络的度分布服从两点分布.

2) 当  $\delta < m$ , 即固定节点的个数小于连边数时.假设初始网络有  $m_0$  个节点,记  $t$  时刻节点  $i$  的度为  $k_i(t)$ .对于充分大的  $t$ ,可以忽略初始网络中的边数,且  $m_0 + t \approx t$ .首先,网络的节点分成固定节点和非固定节点.由于固定节点在整个网络中的相对比例趋于 0,所以在度分布的证明中只需考虑非固定节点.当一个新的节点加入到系统中来时,节点  $i$  的度改变概率为

$$(m - \delta) \Pi_i(t) = \frac{(m - \delta)k_i(t)}{\sum_j k_j(t)} = \frac{(m - \delta)k_i(t)}{(2m - \delta)t}.$$

假设时间  $t$  是连续的,节点  $i$  的度连接概率即为节点  $i$  的变化率

$$\frac{\partial k_i(t)}{\partial t} = (m - \delta) \Pi_i(t) = \frac{(m - \delta)k_i(t)}{(2m - \delta)t}. \quad (1)$$

假设节点  $i$  是在时刻  $t_i$  加入网络的,那么微分方程(1)的初始条件为  $k(t_i) = m$ , 于是求得

$$k_i(t) = m (t/t_i)^{\frac{m-\delta}{2m-\delta}}. \quad (2)$$

由概率的定义,度分布概率  $P(k)$  满足

$$P(k) = \partial P(k_i(t) < k) / \partial k. \quad (3)$$

由(2)式可得

$$P(k_i(t) < k) = P(t_i > (m/k)^{\frac{2m-\delta}{m-\delta}} t). \quad (4)$$

假设节点是以相等的时间间隔添加的,那么  $t_i$  的概率密度为

$$P(t_i) = 1/(m_0 + t). \quad (5)$$

由(3)~(5)式,可得

$$P(k) = \frac{\partial P(k_i(t) < k)}{\partial k} = \frac{2m - \delta}{m - \delta} m^{\frac{2m-\delta}{m-\delta}} \frac{t}{m_0 + t} k^{-\frac{2m-\delta}{m-\delta}-1},$$

所以网络的度分布为  $P(k) \sim k^{-\gamma}$ , 即服从幂率分布, 且幂指数为  $\gamma = \frac{2m - \delta}{m - \delta} + 1 = 3 + \frac{\delta}{m - \delta}$ . 显然, 当  $m$  一定时, 幂指数  $\gamma$  随  $\delta$  的增加而增加, 特别地, 当  $\delta = 0$  时, 幂指数  $\gamma = 3$ , 此时 SLSF 模型即退化为 BA 无标度网络模型. 在图 1(a) 中显示了数值仿真结果, 随着  $\delta$  的增加, 度分布曲线在双对数坐标下变得越来越陡, 即幂指数也越来越大. 理论与数值计算结果一致.

### 2.2 平均路径长度

下面分两种情形来讨论网络的平均路径长度. 1) 当  $\delta = 0$  时, 此时这个模型就是 BA 模型, 平均路径长度  $l \sim \ln N / \ln \ln N$ <sup>[17]</sup>. 2) 当  $\delta \neq 0$  时, 根据模型节点的度分布和连边特点, 容易推得平均路径长度  $l = 2C_{N-\delta}^2 - mN - \delta^2 - \delta + 2\delta N / C_N^2$ .

$$l = \begin{cases} \ln N / \ln \ln N, & \delta = 0, \\ 2C_{N-\delta}^2 - mN - \delta^2 - \delta + 2\delta N / C_N^2, & \delta \neq 0. \end{cases} \quad (6)$$

由(6)式, 可以得到当  $\delta \neq 0, N \rightarrow +\infty$  时,  $l \rightarrow 2$ . 这表明, 当 SLSF 网络规模很大时, 它的平均路径长度几乎与固定节点的个数  $\delta$  和连边数  $m$  无关, 都无限接近于 2, 如图 1(b) 所示.

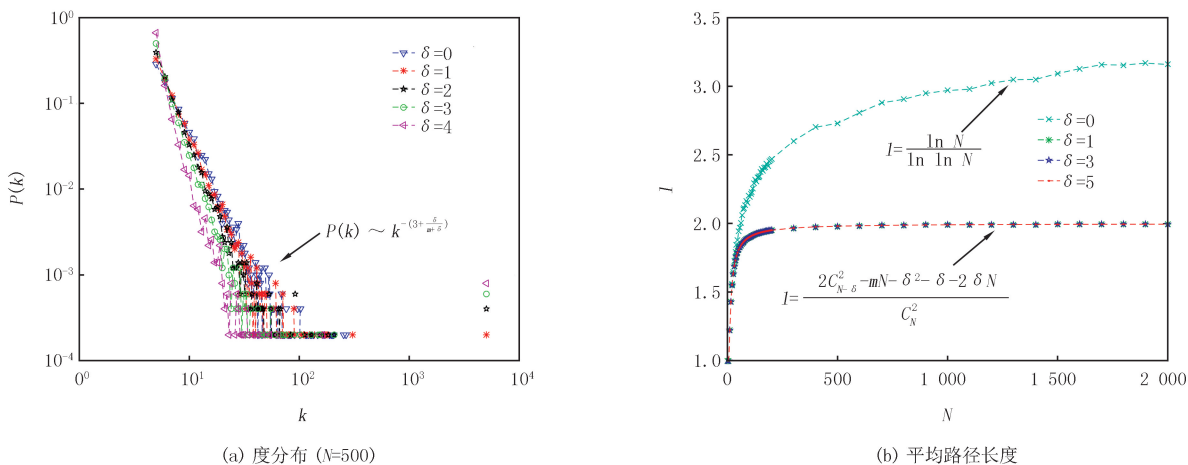


图1 数值模拟的 SLSF 网络属性 ( $m=5$ )

### 2.3 聚类系数

同样分成两种情形讨论. 1) 当  $m = \delta$  时, 显然, 聚类系数为  $C = 1$ . 2) 当  $\delta \neq L$  时, 聚类系数  $C$  为:  $C = \sum_{i=1}^N (C_i / N)$ , 其中,  $C_i$  是节点  $i$  的局部聚类系数. 根据聚类系数的定义,  $C_i$  满足等式  $C_i = E(i) / C_{k_i}^2$ , 其中,  $E(i)$  是节点  $i$  的邻居集合中边的条数,  $k_i$  是节点  $i$  的度.

将  $E(i)$  分成两部分来求: 第一部分只计算节点  $i$  邻居集合中非固定节点之间的连边数  $E_1(i)$ ; 第二部分计算邻居集合中剩下的边数  $E_2(i)$ , 即  $E(i) = E_1(i) + E_2(i)$ . 对于  $E_1(i)$  用平均场理论的方法去求解.

当一个新的节点加入到系统的时候, 仅仅当这个节点连接到节点  $i$  与  $i$  的邻居节点的时候(固定节点不考虑),  $E_1(i)$  才改变. 新节点与节点  $i$  的邻居节点的连边数为  $x = 1, 2, \dots, m - \delta - 1$ , 所以  $E_1(i)$  的微分方程可以写成下列的形式

$$\frac{\partial E_1(i)}{\partial t} = (m - \delta) \frac{k_i}{(2m - \delta)t} C_{m-\delta-1}^x \left( \sum_{j^*} \frac{k_j}{(2m - \delta)t} \right)^x, \quad (7)$$

其中,  $\sum_{j^*} k_j$  是节点  $i$  的邻居节点的度之和. 对于随机网络<sup>[18]</sup>

$$\sum_{j^*} k_j = k_i \frac{\langle k \rangle}{4} \ln t = \frac{2m - \delta}{4} k_i \ln t.$$

由于  $\frac{\sum_{j^*} k_j}{(2m - \delta)t} = \frac{k_i \ln t}{4t} \gg \left( \frac{k_i \ln t}{4t} \right)^2$ , 所以对于(7)式, 只需要考虑  $x = 1$  的情况, 因此(7)式可以简化为

$$\frac{\partial E_1(i)}{\partial t} = (m - \delta) \frac{k_i}{(2m - \delta)t} (m - \delta - 1) \frac{k_i \ln t}{4t}. \quad (8)$$

对等式(8)右边的部分进行积分

$$\int_1^N (m - \delta) \frac{k_i}{(2m - \delta)t} (m - \delta - 1) \frac{k_i \ln t}{4t} dt. \quad (9)$$

不妨令  $K_i(t) = m \sqrt{t/t_i}$ , 由于在经典的 BA 网络中每次加入一个节点, 系统度增加  $2m$ , 而在此模型中除去固定节点后, 加入系统的度为  $2m - \delta$ , 故节点的度满足下列不等式

$$\frac{2m - \delta}{2m} K_i(t) \leq k_i(t) \leq K_i(t). \quad (10)$$

当  $t$  较小时,  $k_i(t) = K_i(t)$ ; 当  $t$  较大时,  $k_i(t) = \frac{2m - \delta}{2m} K_i(t)$  且  $K_i(t) \ll t$ , 此时, 在(9)式的积分值中不管选择  $k_i(t)$  或者  $K_i(t)$ , 其变化不大, 故令  $k_i(t) = K_i(t)$ . 于是, (9)式可以积分

$$\begin{aligned} \int_1^N (m - \delta) \frac{k_i}{(2m - \delta)t} (m - \delta - 1) \frac{k_i \ln t}{4t} dt &= \frac{(m - \delta)(m - \delta - 1)}{4(2m - \delta)} \int_1^N \frac{K_i^2 \ln t}{t} dt = \\ &= \frac{(m - \delta)(m - \delta - 1)}{4(2m - \delta)} \int_1^N \frac{m^2 \ln t}{t_i} dt = \frac{m^2(m - \delta)(m - \delta - 1)}{4(2m - \delta)t_i} \left[ \frac{(\ln t)^2}{2} \right]_1^N = \\ &= \frac{(m - \delta)(m - \delta - 1)}{8(2m - \delta)} \frac{(\ln N)^2}{N} K_i^2(N) = \frac{m^2(m - \delta)(m - \delta - 1)}{2(2m - \delta)^3} \frac{(\ln N)^2}{N} k_i^2(N). \end{aligned}$$

再结合(7)式, 可以得到

$$E_1(i) = E_1(i, 0) + \frac{m^2(m - \delta)(m - \delta - 1)}{2(2m - \delta)^3} \frac{(\ln N)^2}{N} k_i^2(N), \quad (11)$$

其中,  $E_1(i, 0)$  是节点  $i$  刚加入系统时, 它的邻居节点集中非固定节点之间的连边数. 由于  $E_1(i, 0) \neq 0$  的概率很小, 所以不妨令  $E_1(i, 0) = 0$ . 同时, 根据固定节点的特点, 可以得到  $E_2(i) = \delta(k_i - \delta) + \frac{\delta(\delta - 1)}{2}$ .

当  $N$  很大且  $\delta \neq 0$  时, 有  $E_2(i) \gg E_1(i)$ , 所以节点  $i$  的聚类系数

$$C(i) = \frac{E_1(i) + E_2(i)}{C_{k_i}^2} = \frac{E_2(i)}{C_{k_i}^2} = \frac{2\delta(k_i - \delta) + \delta(\delta - 1)}{k_i(k_i - 1)}.$$

当  $\delta = 0$  时, 由(11)式可得节点  $i$  的聚类系数

$$C(i) = \frac{E_1(i)}{C_{k_i}^2} = \frac{m^2(m - \delta)(m - \delta - 1)}{2(2m - \delta)^3} \frac{(\ln N)^2}{N} k_i^2(N) = \frac{(m - 1)}{8} \frac{(\ln N)^2}{N}.$$

综上所述, 节点  $i$  的聚类系数

$$C(i) = \begin{cases} \frac{(m - 1)}{8} \frac{(\ln N)^2}{N}, & \delta = 0, \\ \frac{2\delta(k_i - \delta) + \delta(\delta - 1)}{k_i(k_i - 1)}, & 0 < \delta < m, \\ 1, & \delta = m. \end{cases} \quad (12)$$

从(12)式可以看出, 当  $0 < \delta < m$ , 节点的度比较大时, 度为  $k$  的节点的平均聚类系数

$$C(k) = \frac{2\delta(k - \delta) + \delta(\delta - 1)}{k(k - 1)} \sim k^{-1}, \quad (13)$$

见图 2 和图 3. 在很多网络模型<sup>[19-21]</sup>和一些实际网络中<sup>[22]</sup>, 局部聚类系数  $C(k)$  都大致满足(13)式. 其次, 在图 2 中  $\delta$  的变化引起  $C(k)$  较大的波动. 这些波动几乎覆盖了所有的非固定节点, 且随着  $\delta$  的增大,  $C(k)$  增大, 每个节点的增幅基本相同, 双对数曲线几乎成平行线. 由图 3 或者(11)式, 可以看出连边数  $m$  也能影响  $C(k)$ , 但是并不敏感, 对于不同的  $m$  得出的  $C(k)$  曲线几乎重合在一起. 用  $\delta$  和  $m$  组合来调节聚类系数, 使得 SLSF 模型的聚类系数有很大的调节空间.

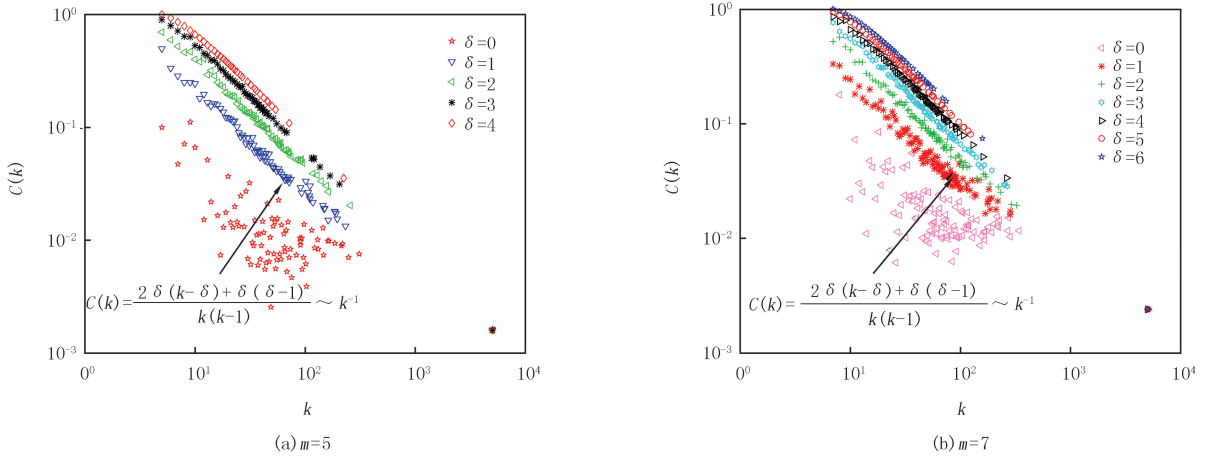


图2 SLSF模型中度为k的节点的平均聚类系数

特别地,对于  $\delta = 0$ , SLSF 模型退化为 BA 网络模型, 聚类系数为  $C = \frac{(m-1)}{8} \frac{(\ln N)^2}{N}$ . 这个结果与前人得到的结果<sup>[23]</sup>是一致的.

对于  $\delta < m$ , 有  $C = \sum_{k=m}^N P(k)C(k)$ , 因为度分布为  $P(k) = Ak^{-\left(3+\frac{\delta}{m-\delta}\right)}$ ,  $A$  是一个常数, 满足下列等式

$$\sum_{k=m}^N Ak^{-\left(3+\frac{\delta}{m-\delta}\right)} = 1. \text{ 网络的平均聚类系数}$$

$$C = \left( \sum_{k=m}^N k^{-4+\frac{\delta}{m-\delta}} \frac{2\delta(k-\delta) + \delta(\delta-1)}{k-1} \right) / \left( \sum_{k=m}^N k^{-\left(3+\frac{\delta}{m-\delta}\right)} \right), \tag{14}$$

如图 4 所示.

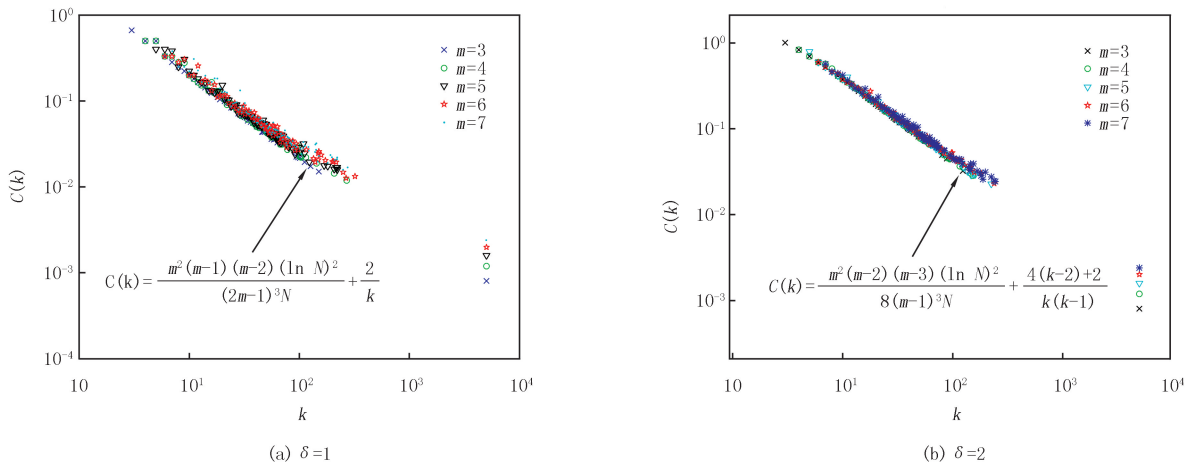


图3 SLSF模型中度为k的节点的平均聚类系数

### 3 SLSF 网络的同步能力

由主稳定函数理论可知,网络的同步能力可用网络的 Laplacian 矩阵的第二大特征值  $\lambda_2$  和特征值比  $R = \lambda_N / \lambda_2$  来刻画<sup>[24-27]</sup>. 特别地,对于 BA 无标度网络来说,由于当  $N$  趋于无穷时, BA 网络的 Laplacian 矩阵的第二大特征值趋向于一个与  $m$  有关的负常数,所以 BA 网络的同步能力一般用  $\lambda_2$  来刻画. 选取网络的第二大特征值(记为  $\lambda_2(m, \delta)$ )来研究 SLSF 网络的同步能力. 仿真实验结果如图 5 所示. 随着固定节点个数的增加,此网络的 Laplacian 矩阵第二大特征值  $\lambda_2(m, \delta)$  越来越小,即同步能力越来越强,且当连边数  $m$  相同时,

SLSF 网络的同步能力强于 BA 网络的同步能力.比较图 5(a)和图 5(b)可知,该网络的同步能力随连边数  $m$  的增加也增强,且连边数  $m$  对于同步能力的影响强于固定节点对于同步能力的影响.其中  $\delta=0$  就是 BA 模型, $\delta=m$  就是类星形网络模型.

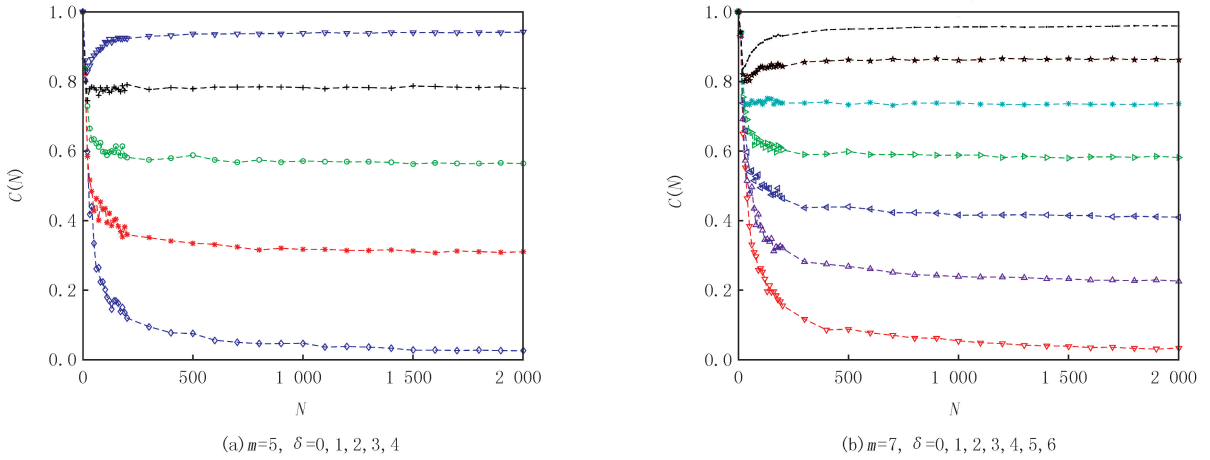


图 4 SLSF 模型的聚类系数 (曲线从下到上固定节点个数  $m$  依次增加)

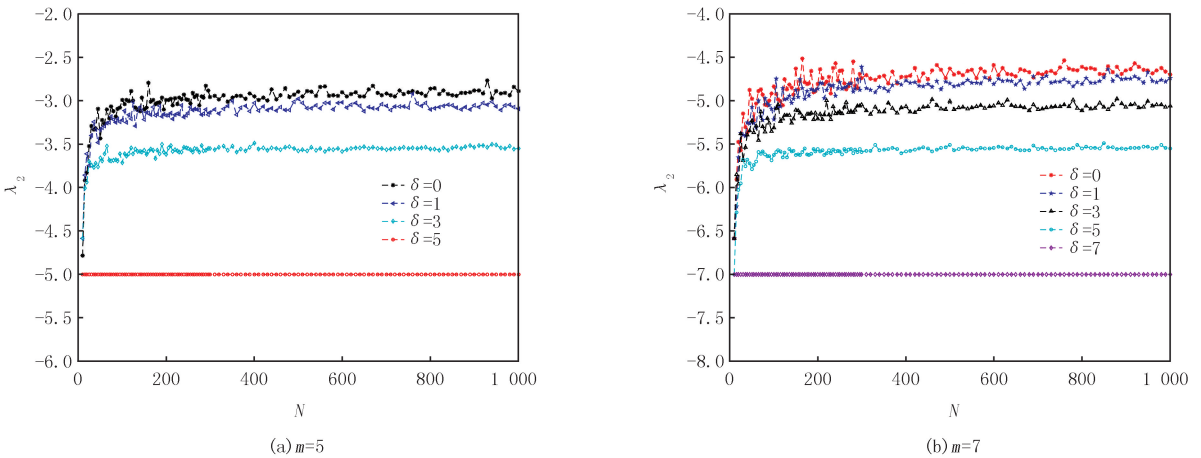


图 5 SLSF 模型网络的耦合矩阵的  $\lambda_2$  随网络规模的变化. 每个  $\lambda_2$  为 20 次独立重复模拟的平均值

### 4 结 论

本文提出了一个聚类系数可调的类星形无标度网络模型(SLSF 模型).理论分析和数字仿真共同表明, SLSF 网络同时具有小世界、无标度和类星形的特点.其聚类系数在固定节点个数  $\delta$  和连边数  $m$  的共同调节下,具有很大的调节范围.进一步研究发现, SLSF 网络的同步能力随固定节点个数的增加而增强,随连边数  $m$  的增加也增强,但是连边数对此网络的同步能力的影响要强于固定节点个数的影响.当然, SLSF 模型还有许多不完善的地方.首先,随着网络空前的发展,类星形模型虽然越来越符合现实网络模型,但是各节点之间的关系变得空前的复杂,不能仅仅根据度这一种偏好连接来构造无标度的特性.其次,类星形的特点在模型的构造中就体现出来了,如何从经典 BA 模型中演化出类星形的特点也是值得去探究的.

### 参 考 文 献

[1] WUCHTY S. Controllability in protein interaction networks[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2014, 111(19): 7156-7160.  
 [2] JEONG H, TOMBOR B, ALBERT R, et al. The large-scale organization of metabolic networks[J]. Nature, 2000, 407(6804): 651.  
 [3] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of 'small-world' networks[J]. Nature, 1998, 393(6684): 440.  
 [4] BARAASI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286(5439): 509-512.



- [5] BARAASI A L, ALBERT R, JEONG H. Mean-field theory for scale-free random networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 1999, 272(1): 173-187.
- [6] 李映雪, 朱文广, 黄超, 等. 基于自组织临界性的电力异构通信网络稳定性研究[J]. *电力系统保护与控制*, 2017, 45(05): 118-122.
- [7] 陆君安. 复杂网络的同步和拓扑结构的识别[J]. *复杂系统与复杂性科学*, 2010, 07(2): 19-23.
- [8] FERRARINI A. Evolutionary network control also holds for nonlinear networks: Ruling the Lotka-Volterra model[J]. *Network Biology*, 2015, 5(1): 34.
- [9] LI X, CHEN G. A local-world evolving network model[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2003, 328(1): 274-286.
- [10] CAO Y J, WANG G Z, JIANG Q Y, et al. A neighbourhood evolving network model[J]. *Physics Letters A*, 2006, 349(6): 462-466.
- [11] GUO Q, ZHOU T, LIU J G, et al. Growing scale-free small-world networks with tunable assortative coefficient[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2006, 371(2): 814-822.
- [12] ZHANG Z, RONG L, WANG B, et al. Local-world evolving networks with tunable clustering[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2007, 380(1): 639-650.
- [13] 刘慧, 李增扬, 陆君安. 局域演化的加权网络模型[J]. *复杂系统与复杂性科学*, 2006, 3(1): 36-43.
- [14] 赵渺希, 黎智枫, 钟烨, 等. 中国城市群多中心网络的拓扑结构[J]. *地理科学进展*, 2016, 35(3): 376-388.
- [15] BURGER M J, KNAAP B V D, WALL R S. Polycentricity and the Multiplexity of Urban Networks[J]. *European Planning Studies*, 2014, 22(4): 816-840.
- [16] 王圣云, 翟晨阳, 顾筱和. 长江中游城市群空间联系网络结构及其动态演化[J]. *长江流域资源与环境*, 2016, 25(3): 353-364.
- [17] COHEN R. Scale-Free Networks Are Ultrasmall[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 90(5): 058701.
- [18] EGUILUZ V M, KLEMM K. Epidemic Threshold in Structured Scale-Free Networks[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(10): 108701.
- [19] HOLME P, KIM B J. Growing scale-free networks with tunable clustering[J]. *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 2002, 65(2): 026107.
- [20] ZHOU T, YAN G, WANG B H. Maximal planar networks with large clustering coefficient and power-law degree distribution[J]. *Physical Review E*, 2005, 71(4): 046141.
- [21] ANDRADE JR J S, HERRMANN H J, ANDRADE R F S, et al. Apollonian networks: Simultaneously scale-free, small world, Euclidean, space filling, and with matching graphs[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94(1): 018702.
- [22] RAVASZ E, BARAASI A L. Hierarchical organization in complex networks[J]. *Physical Review E*, 2003, 67(2): 026112.
- [23] FRONCZAK A, FRONCZAK P, HOLYST J A. Mean-field theory for clustering coefficients in Barabási-Albert networks[J]. *Physical Review E*, 2003, 68(4): 046126.
- [24] WANG X F, CHEN G. Synchronization in small-world dynamical networks[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2002, 12(01): 187-192.
- [25] WANG X F, CHEN G. Synchronization in scale-free dynamical networks: robustness and fragility[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2002, 49(1): 54-62.
- [26] LI X, CHEN G. Synchronization and desynchronization of complex dynamical networks: an engineering viewpoint[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2003, 50(11): 1381-1390.
- [27] WU C W, CHUA L O. Synchronization in an array of linearly coupled dynamical systems[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 1995, 42(8): 430-447.

## Star-like scale-free network model with tunable clustering

Long Yongshang, Jia Zhen, Lin Hang, Zhou Jian

(College of Science, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract:** In the context of unprecedented development of the network platform, this paper propose a simple rule to construct the star-like scale-free network model with tunable clustering. In the process of evolution of the model, each newly added node is connected to the network through two steps, and some of the links are connected to several fixed nodes while the other edges are randomly connected to the non-fixed nodes by the degree first mechanism. Theoretical analysis and numerical simulation show that the model has the characteristics of scale-free, small-world and star-like. Interestingly, not only the power exponent is related to the fixed nodes number  $\delta$  and the edge-adding number  $m$ , but also the clustering coefficient can be tuned by  $\delta$  and  $m$ . The difference is that  $\delta$  has a great influence on the clustering coefficient, and  $m$  has small effect on it, which makes it can be tuned in a big interval. Further studies show that the synchronizability of SLSF network will be stronger with the number of fixed nodes increasing.

**Keywords:** complex network model; small-world; clustering coefficient; scale-free

[责任编辑 杨浦]