

# 基于 AR(1)的多个结构突变点的面板单位根检验

徐悦悦, 刘利敏

(河南师范大学 数学与信息科学学院, 河南 新乡 453007)

**摘要:**讨论了在 AR(1)面板数据模型中,其个体效应上存在多个结构突变点的单位根检验问题.首先通过构造虚拟变量建立模型,假设模型中误差项为序列相关,得到模型的单位根检验统计量;然后在时间维度  $T$  有限横截面维度  $N$  无穷时得到统计量的渐近分布;最后利用蒙特卡洛模拟验证检验结果并进行实证分析,对中原经济区的宏观经济变量 GDP 进行单位根检验,结果表明考虑两个结构突变点后的 GDP 数据是平稳的.

**关键词:**面板数据;单位根;结构突变;检验统计量

**中图分类号:**O211

**文献标志码:**A

数据的平稳性是时间序列分析研究的基本条件,判定数据平稳性的单位根检验成为时间序列分析的一个基本研究内容.文献[1-2]研究了带单位根自回归时间序列的统计量分布,导出了用于检测单位根的方法——ADF 检验,并在 1981 年又构造出进行单位根检验的似然比统计量,开始了验证数据平稳性检验的研究.对于面板数据的单位根检验,主要集中在时间有限,横截面无穷大的面板数据模型的研究,文献[3-6]都研究了此种情形下的单位根检验问题.文献[7]在 2002 年研究了一个有固定效应的动态面板的 AR(1)模型,其中  $N$  和  $T$  是按照同比例无限增大的情形.除了理论研究还有许多面板模型和突变点的应用,文献[8]通过建立面板数据模型,研究 30 个省地方高校 R&D 经费投入对地方经济增长的影响状况.文献[9]在面板模型基础上构造了单变量和多变量相空间重构模型,并利用高斯过程回归预测短期负荷.文献[10]在检验降水量发生突变的前提下,分析了河南冬小麦各生育期水分亏缺的空间分布.

带有结构突变点的面板单位根检验是近几年研究的一个热点,文献[11-13]都研究了带有一个结构突变点的单位根检验问题.而对于带有多个结构突变点的单位根检验问题的研究相对较少,本文在 Karavias, Tzavalis<sup>[14]</sup>的基础上研究带有多个结构突变点并允许误差项序列相关的面板单位根检验问题.

## 1 模型建立

假设突变点的个数为  $j$  个,突变点的时间记为  $t_1, t_2, \dots, t_j$ , 对应的虚拟变量分别记为  $D_1, D_2, \dots, D_j$ , 其中  $D_j$  为一个  $(T-2) \times 1$  维的列向量,当  $t \geq t_j$ ,  $D_j$  的元素为 1, 否则  $D_j$  的元素为 0. 考虑如下不带趋势项的面板模型  $M_1$  和带趋势项的模型  $M_2$

$$M_1: y_i = \varphi y_{i-1} + (1 - \varphi)(\alpha_0 e + \alpha' D) + u_i,$$

$$M_2: y_i = \varphi y_{i-1} + (1 - \varphi)(\alpha_0 e + \alpha' D) + (1 - \varphi)(\beta_0 e + \beta' D)t + u_i.$$

误差项满足 AR(1)模型

$$u_i = \rho u_{i-1} + \varepsilon_i, \quad |\rho| < 1, \quad (1)$$

其中  $y_i = (y_{i3}, \dots, y_{iT})'$ ,  $y_{i-1} = (y_{i2}, \dots, y_{iT-1})'$  是面板数据中时间序列观测值向量,  $i = 1, 2, \dots, N$ .  $e$  是一个  $(T-2) \times 1$  维元素为 1 的向量,  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j)'$ ,  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_j)'$ ,  $D = (D_1, D_2, \dots, D_j)'$ ,  $u_i =$

收稿日期:2017-06-04;修回日期:2017-12-10.

基金项目:国家自然科学基金(71203056);河南师范大学研究生科研创新项目(YL201603);河南师范大学博士科研启动项目(QD14153).

作者简介(通信作者):刘利敏(1971-),女,河南安阳人,河南师范大学副教授,博士,研究方向为随机分析和金融数学, E-mail:llim2004@163.com.

$$(u_{i3}, \dots, u_{iT})', \epsilon_i = (\epsilon_{i3}, \dots, \epsilon_{iT})'.$$

首先对  $\epsilon_i$  做以下假设.

**假设 1**  $\epsilon_{it}$  是一个独立同分布的随机变量, 其中  $E(\epsilon_{it}) = 0, \text{var}(\epsilon_{it}) = \sigma_\epsilon^2 < \infty, E(\epsilon_{it}^4) = k + 3\sigma_\epsilon^4, \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$  和  $\forall t \in \{1, 2, \dots, T\}$ , 其中  $k < \infty$ .

把模型中  $u_i$  替换成  $\epsilon_i$ , 模型  $M_1$  和  $M_2$  分别转换为

$$M_1^* : y_i = \varphi^* y_{i-1} + \rho^* \Delta y_{i-1} + \alpha^* + \epsilon_i$$

$$M_2^* : y_i = \varphi^* y_{i-1} + \rho^* \Delta y_{i-1} + \alpha^* + \beta^* t + \epsilon_i$$

其中  $\Delta y_{i-1} = y_{i-1} - y_{i-2}, y_{i-2} = (y_{i1}, \dots, y_{iT-2})', \varphi^* = (\varphi + \rho(1 - \varphi)), \rho^* = \rho\varphi, \alpha^* = (1 - \varphi)(1 - \rho)(\alpha_0 e + \alpha'D), \beta^* = (1 - \varphi)(1 - \rho)(\beta_0 e + \beta'D)$ .

文中原假设  $H_0$  为  $\varphi = 1$ , 在原假设成立条件下, 模型  $M_1^*$  和  $M_2^*$  均变为

$$y_{it} = y_{it-1} + \rho \Delta y_{it-1} + \epsilon_{it}.$$

因此可以利用最小二乘估计法对  $\varphi^*$  和  $\rho^*$  进行估计, 分别用  $\hat{\varphi}^*$  和  $\hat{\rho}^*$  表示对应的估计量, 则由文献[15]可得

$$\begin{pmatrix} \hat{\varphi}^* - 1 \\ \hat{\rho}^* - \rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N y_{i-1}' M y_{i-1} & \sum_{i=1}^N y_{i-1}' M \Delta y_{i-1} \\ \sum_{i=1}^N y_{i-1}' M \Delta y_{i-1} & \sum_{i=1}^N \Delta y_{i-1}' M \Delta y_{i-1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N y_{i-1}' M \epsilon_i \\ \sum_{i=1}^N \Delta y_{i-1}' M \epsilon_i \end{pmatrix}, \quad (2)$$

其中  $M$  是一个  $(T-2) \times (T-2)$  维的零化子矩阵,  $M = I - X(X'X)^{-1}X', X = (e, D_1, \dots, D_j)$ , 且  $M$  满足

$$M e = M D_1 = M D_2 = \dots = M D_j = 0.$$

定义

$$\begin{aligned} p_i &= y_{i-1}' M y_{i-1}, & \bar{p} &= N^{-1} \sum_{i=1}^N p_i, & P &= E[p_i], \\ q_i &= y_{i-1}' M \Delta y_{i-1}, & \bar{q} &= N^{-1} \sum_{i=1}^N q_i, & Q &= E[q_i], \\ r_i &= \Delta y_{i-1}' M \Delta y_{i-1}, & \bar{r} &= N^{-1} \sum_{i=1}^N r_i, & R &= E[r_i], \\ v_i &= y_{i-1}' M \epsilon_i, & \bar{v} &= N^{-1} \sum_{i=1}^N v_i, & V &= E[v_i], \\ w_i &= \Delta y_{i-1}' M \epsilon_i, & \bar{w} &= N^{-1} \sum_{i=1}^N w_i, & W &= E[w_i], \end{aligned} \quad (3)$$

将(3)式代入(2)式可得

$$\begin{pmatrix} \hat{\varphi}^* - 1 \\ \hat{\rho}^* - \rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{p} & \bar{q} \\ \bar{q} & \bar{r} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \bar{v} \\ \bar{w} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

## 2 检验统计量

根据文献[16]可以知道, 在原假设  $H_0$  成立的条件下,  $\hat{\varphi}^*, \hat{\rho}^*$  不是  $\varphi^*, \rho^*$  的一致估计量, 所以要对  $\hat{\varphi}^*$  和  $\hat{\rho}^*$  的不一致进行修正, 由于有偏部分与结构突变点有关系, 因此分别记为  $b_\varphi(t_j, \rho^*)$  和  $b_\rho(t_j, \rho^*)$ .

**定理 1** 假设突变点  $t_1, \dots, t_j$  为已知, 则在原假设  $H_0: \varphi = 1$  和假设条件 1 成立的条件下, 当  $T$  固定,  $N \rightarrow \infty$  时有

$$\begin{pmatrix} b_\varphi(t_j, \rho^*) \\ b_\rho(t_j, \rho^*) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \lim(\hat{\varphi}^* - 1) \\ p \lim(\hat{\rho}^* - \rho^*) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{tr}(M L A L') & \text{tr}(M A L') \\ \text{tr}(M A L') & \text{tr}(M A) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \text{tr}(M F H' L') \\ \text{tr}(M F H') \end{pmatrix},$$

其中

$$A = \frac{H + H' - I_{T-2}}{1 - \rho^{*2}}, F = \begin{pmatrix} 0_{(T-3) \times 1} & I_{T-3} \\ 0 & 0_{1 \times (T-3)} \end{pmatrix},$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \rho^* & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \rho^{*2} & \rho^* & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{*T-3} & \rho^{*T-4} & \rho^{*T-5} & \cdots & 1 \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix},$$

$I_{T-3}$  和  $I_{T-2}$  分别是  $(T-3) \times (T-3)$  和  $(T-2) \times (T-2)$  的单位矩阵.

**证明** 在原假设  $H_0: \varphi = 1$  成立的条件下,对于模型  $M_1$  和  $M_2$  来说,由于  $Me = MD = 0$ ,通过递推  $y_i$  和  $y_{i-1}$  的关系可得

$$My_{i-1} = MLu_{i-1}, \quad (5)$$

$$M\Delta y_{i-1} = Mu_{i-1}. \quad (6)$$

令  $\epsilon_{i*} = (\epsilon_{i2}, \dots, \epsilon_{iT}, \epsilon_{i1}, \epsilon_{i0}, \epsilon_{i,-1}, \dots)'$  由(1)式向后递推可得

$$u_i = B\epsilon_{i*}, \quad (7)$$

其中  $B = (H : 0_{(T-2) \times 1} : cr')$ ,  $c = (\rho^*, \rho^{*2}, \dots, \rho^{*T-2})'$ ,  $r = (1, \rho^*, \rho^{*2}, \dots)'$ , 且

$$\epsilon_i = K\epsilon_{i*}, \quad (8)$$

其中  $K = (0_{(T-2) \times 1} : I_{T-2} : 0_{(T-2) \times \infty})$  是一个选择矩阵.由(3)式和(5)~(8)式可得

$$p_i = \epsilon'_{i*} B'L'MLB\epsilon_{i*}, q_i = \epsilon'_{i*} B'L'MB\epsilon_{i*},$$

$$r_i = \epsilon'_{i*} B'MB\epsilon_{i*}, v_i = \epsilon'_{i*} B'L'MK\epsilon_{i*},$$

$$w_i = \epsilon'_{i*} B'MK\epsilon_{i*}.$$

通过计算矩阵中的元素来验证得到

$$BB' = HH' + \frac{cc'}{1 - \rho^{*2}} = \frac{H + H' - I_{T-2}}{1 - \rho^{*2}} = A, KB' = FH',$$

因此

$$tr(B'L'MLB') = tr(MLB'B'L') = tr(MLAL'),$$

$$tr(B'L'MB) = tr(MBB'L') = tr(MAL'),$$

$$tr(B'MB) = tr(MBB') = tr(MA),$$

$$tr(B'L'MK) = tr(MKB'L') = tr(MFH'L'),$$

$$tr(B'MK) = tr(MKB') = tr(MFH').$$

又因为  $\epsilon_{i*}$  中的元素是均值为 0,方差为  $\sigma_\epsilon^2$  的独立同分布随机变量,因此有,

$$P = \sigma_\epsilon^2 tr(MLAL'), Q = \sigma_\epsilon^2 tr(MAL'),$$

$$R = \sigma_\epsilon^2 tr(MA), V = \sigma_\epsilon^2 tr(MFH'L'),$$

$$W = \sigma_\epsilon^2 tr(MFH').$$

由弱大数定律可知  $p \lim \bar{p} = P$ ,同理对  $\bar{q}, \bar{r}, \bar{v}, \bar{w}$ ,也有所以相似的结果,因此  $(\hat{\varphi}^*, \hat{\rho}^*)$  的渐近估计有偏部分为

$$\begin{pmatrix} b_\varphi(t_j, \rho^*) \\ b_\rho(t_j, \rho^*) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P & Q \\ Q & R \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} V \\ W \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} tr(MLAL') & tr(MAL') \\ tr(MAL') & tr(MA) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} tr(MFH'L') \\ tr(MFH') \end{pmatrix}, \quad (9)$$

由于  $\hat{\varphi}^*$  和  $\hat{\rho}^*$  的不一致修正  $b_\varphi(t_j, \rho^*)$  和  $b_\rho(t_j, \rho^*)$  已经求得,因此可以利用定理 1 得到  $(\hat{\varphi}^*, \hat{\rho}^*)'$  的渐近分布.

**定理 2** 在原假设  $H_0$  成立条件下,当  $N \rightarrow \infty, T$  固定时有

$$\sqrt{N} \begin{pmatrix} \hat{\varphi}^* - 1 - b_\varphi(t_j, \rho^*) \\ \hat{\rho}^* - \rho - b_\rho(t_j, \rho^*) \end{pmatrix} \xrightarrow{d} N(0, \Sigma),$$

且检验统计量

$$t = \sqrt{N} \frac{\hat{\varphi}^* - 1 - b_{\varphi}(t_j, \rho^*)}{\Sigma_{11}^{1/2}} \xrightarrow{d} N(0, 1).$$

**证明** 首先根据(3)式可知

$$\begin{pmatrix} \hat{\varphi}^* - 1 - b_{\varphi}(t_j, \rho^*) \\ \hat{\rho}^* - \rho - b_{\rho}(t_j, \rho^*) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_i & q_i \\ q_i & r_i \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} v_i \\ w_i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_{\varphi}(t_j, \rho^*) \\ b_{\rho}(t_j, \rho^*) \end{pmatrix}.$$

又由(9)式可以得到

$$\sqrt{N} \begin{pmatrix} \hat{\varphi}^* - 1 - b_{\varphi}(t_j, \rho^*) \\ \hat{\rho}^* - \rho - b_{\rho}(t_j, \rho^*) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{p} & \bar{q} \\ \bar{q} & \bar{r} \end{pmatrix}^{-1} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \xi_i,$$

其中

$$\xi_i = \begin{pmatrix} v_i \\ w_i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p_i & q_i \\ q_i & r_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{\varphi}(t_j, \rho^*) \\ b_{\rho}(t_j, \rho^*) \end{pmatrix}.$$

由于  $E[\xi_i] = 0$ , 则由中心极限定理可得

$$\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \xi_i \xrightarrow{d} N(0, E[\xi_i \xi_i']),$$

因此

$$\sqrt{N} \begin{pmatrix} \hat{\varphi}^* - 1 - b_{\varphi}(t_j, \rho^*) \\ \hat{\rho}^* - \rho - b_{\rho}(t_j, \rho^*) \end{pmatrix} \xrightarrow{d} N(0, \Sigma).$$

其中  $\Sigma$  的计算可根据文献[15]方法得到

$$\Sigma = \begin{pmatrix} P & Q \\ Q & R \end{pmatrix}^{-1} E[\xi_i \xi_i'] \begin{pmatrix} P & Q \\ Q & R \end{pmatrix}^{-1}.$$

令  $\Sigma_{11}$  表示矩阵  $\Sigma$  的第一行第一列的元素, 由此可以构造出单位根检验统计量

$$t = \sqrt{N} \frac{\hat{\varphi}^* - 1 - b_{\varphi}(t_j, \rho^*)}{\Sigma_{11}^{1/2}}.$$

在原假设  $H_0$  成立的统计下, 当  $N \rightarrow \infty, T$  固定时有  $t \xrightarrow{d} N(0, 1)$ .

### 3 蒙特卡洛模拟

对于定理 2 的应用, 利用蒙特卡洛模拟进行验证. 考虑了  $N$  和  $T$  不同组合, 假设  $N = 20, 100; T = 6, 10; \rho = -0.6, -0.2, 0, 0.2, 0.6; \varphi = 1, 0.95, 0.9$ ; 有两个结构突变点, 在每个  $T$  和  $N$  的组合下进行 1 000 次模拟. 为了和其他面板单位根检验可比性, 假设误差项  $\varepsilon_{it}$  为正态分布.

根据模型模拟出面板数据, 在  $\alpha = 5\%$  水平下分别基于模型  $M_1$  和  $M_2$  统计检验结果, 分别在  $H_0: \varphi = 1$  和  $H_a: \varphi < 1$  两种情况下, 初始条件观测值设为  $y_{i0} \sim NIID(0, 1)$ , 而它们的个体效应参数设为  $\alpha_i \sim U(0, 0.5), \beta_i \sim U(0, 0.025), i = 1, 2$ , 其中  $U(\cdot)$  表示均匀分布.

表 1 记录的是模型  $M_1$  没有趋势项检验拒绝概率, 当  $N$  和  $T$  比较小 ( $N = 20$ ) 检验结果不是很理想, 出现了过度拒绝和拒绝不够的现象. 当  $\varphi = 1$  拒绝概率达到 15% 的过度拒绝, 而  $\varphi < 1$  时, 拒绝概率并没有达到 5% 水平. 不过, 当  $N$  和  $T$  增大后, 效果就比较明显. 在原假设下, 拒绝概率在  $T$  和  $\rho$  上是单调的, 随着  $N$  的增大, 拒绝概率逐渐趋于 5%, 当  $\varphi < 1$  时, 该检验功效是显著的.

表 2 展示的模型  $M_2$  含有趋势项的检验拒绝概率, 其结果在  $N$  和  $T$  比较小的情况下不是很好,  $\varphi = 1$  的拒绝概率最高达到 20%, 但是当  $N$  和  $T$  变大时, 结果变得比较理想.  $\varphi = 1$  时, 随着  $N$  和  $T$  的增大, 拒绝概率达到 5% 显著水平. 当  $\varphi < 1$  时, 拒绝概率几乎达到 100%, 检验功效是非常显著的.

### 4 实证分析

为了检测中原经济区宏观经济变量的平稳性, 以中原经济区 30 个市为例, 对 2005—2015 年的 GDP 数

据的平稳性进行检验 ( $N = 30, T = 11$ ). 首先做出部分市的 GDP 时序图, 根据图 1 可知, 应该选择带有趋势项的模型  $M_2$ . 接着用两种方法对数据进行单位根检验—不考虑突变点和考虑两个突变点, 在不考虑突变点的情形下得到统计量的值  $t = 0.351$ , 该值在临界值  $(-1.96, 1.96)$  之间, 没有拒绝原假设, 说明数据是非平稳的. 由于 2008 年金融危机的发生对宏观经济变量会产生影响, 而 2012 年中原经济区政策的颁布对其经济变量也会产生影响, 故考虑突变点分别在 2008 和 2012 年. 利用带有多个突变结构点的单位根检验, 得到统计量的值  $t = 2.751$ , 这表明统计量大于在 5% 显著水平下的临界值 1.96, 拒绝了原假设, 说明中原经济区从 2005 年到 2015 年各市 GDP 数据是平稳的. 通过以上两种方法进行单位根检验作比较, 明显可以知道在平稳性检验中考虑结构突变点是有必要的.

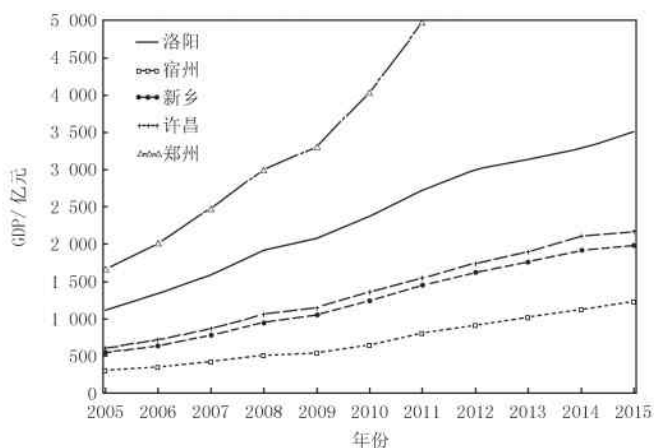


图 1 中原经济区部分市 GDP 时序图

表 1 模型  $M_1$  中 5% 的显著水平下检验拒绝概率

N	$\rho$	$P(T=6, t_j=2, 4)$			$P(T=10, t_j=3, 6)$		
		$\varphi=1$	$\varphi=0.95$	$\varphi=0.9$	$\varphi=1$	$\varphi=0.95$	$\varphi=0.9$
20	-0.6	0.142	0.598	0.674	0.11	0.833	0.938
20	-0.2	0.133	0.39	0.581	0.097	0.768	0.884
20	0	0.102	0.334	0.462	0.093	0.606	0.796
20	0.2	0.065	0.124	0.243	0.085	0.337	0.587
20	0.6	0.058	0.038	0.135	0.069	0.132	0.326
100	-0.6	0.085	0.999	1	0.068	1	1
100	-0.2	0.064	0.992	1	0.063	1	1
100	0	0.052	0.938	0.994	0.055	1	1
100	0.2	0.046	0.944	0.99	0.041	0.977	1
100	0.6	0.016	0.181	0.519	0.037	0.894	0.999

表 2 模型  $M_2$  中 5% 的显著水平下检验拒绝概率

N	$\rho$	$P(T=6, t_j=2, 4)$			$P(T=10, t_j=3, 6)$		
		$\varphi=1$	$\varphi=0.95$	$\varphi=0.9$	$\varphi=1$	$\varphi=0.95$	$\varphi=0.9$
20	-0.6	0.189	0.56	0.688	0.099	0.854	0.918
20	-0.2	0.146	0.408	0.565	0.087	0.721	0.86
20	0	0.126	0.264	0.453	0.051	0.595	0.791
20	0.2	0.092	0.122	0.245	0.033	0.39	0.581
20	0.6	0.053	0.047	0.124	0.027	0.146	0.359
100	-0.6	0.145	1	1	0.062	1	1
100	-0.2	0.124	0.998	1	0.057	1	1
100	0	0.077	0.927	0.996	0.042	1	1
100	0.2	0.021	0.619	0.925	0.038	0.967	0.999
100	0.6	0.011	0.132	0.554	0.033	0.592	0.957

## 参 考 文 献

- [1] Dickey D, Fuller W. distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1979, 74(366): 427-431.
- [2] Dickey D, Fuller W. Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root[J]. *Econometrica*, 1981, 49(4): 1057-1072.
- [3] Arellano M. *Panel Data Econometrics*[M]. New York: Oxford University Press, 2003.
- [4] Arellano M, Honoré B. Panel data models; some recent developments[M]. North Holland: *Handbook of Econometrics*, 2002.
- [5] Baltagi B H, Kao C. Nonstationary panels, cointegration in panels and dynamic panels: a survey[J]. *Center for Policy Research Working Papers*, 2000, 15: 7-51.
- [6] Harris R D F, Tzavalis E. Inference for unit roots in dynamic panels where the time dimension is fixed[J]. *Journal of Econometrics*, 1999, 91(2): 201-226.
- [7] Hahn J, Kuersteiner G. Asymptotically unbiased inference for a dynamic panel model with fixed effects when both  $n$  and  $T$  are large[J]. *Econometric*, 2002, 70(4): 1639-1657.
- [8] 严全治, 刘璐. 基于面板数据模型的地方高校 R&D 经费投入与经济增长关系研究[J]. *河南师范大学学报(自然科学版)*, 2017, 45(3): 70-76.
- [9] 顾熹, 廖志伟. 基于相空间重构和高斯过程回归的短期负荷预测[J]. *电力系统保护与控制*, 2017, 45(5): 73-79.
- [10] 白芳芳, 乔冬梅, 庞颖, 等. 河南省冬小麦各生育期水分亏缺的空间分布及降水量突变检验[J]. *灌溉排水学报*, 2017, 36(6): 100-108.
- [11] Bai J, Carrion-i-Silvestre J L. Structural changes, common stochastic trends and unit roots in panel data[J]. *Review of Economic Studies*, 2009, 76(2): 471-501.
- [12] Carrion-i-Silvestre J L, Del Barrio-Castro T, Lopez-Bazo E. Level shifts in a panel data based unit root test[C]// *Proceeding of the 2002 North American Summer Meetings of the Econometric Society*. [出版地不详]: [出版者不详], 2002.
- [13] Chan F, Pauwels L L. Model specification in panel data unit root tests with an unknown break[J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2011, 81(7): 1299-1309.
- [14] Karavias Y, Tzavalis E. Testing for unit roots in short panels allowing for a structural break[J]. *Computational Statistics and Data Analysis*, 2014, 76: 391-407.
- [15] De Blander R, Dhaene G. Unit root tests for panel data with AR(1) errors and small  $T$ [J]. *Econometrics Journal*, 2011, 15(1): 101-124.
- [16] Kiviet J F. On bias, inconsistency, and efficiency of various estimators in dynamic panel data models[J]. *Journal of Econometrics*, 1995, 68(1): 53-78.

## Testing for unit roots in panels allowing for multiple structural breaks based on AR(1)

Xu Yueyue, Liu Limin

(College of Mathematics and Information Science, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China)

**Abstract:** In this paper, it discusses the unit root tests of panel data which allow for multiple structural breaks in the individual effects of the AR(1) panel data model. Firstly, the model is established by constructing virtual variables with serial correlation in error terms, so that we could get statistics of the unit root. Then, the limiting distribution of test statistics could be obtained when the time-dimension of the panel  $T$  is limited and the cross-section  $N$  is infinite. Lastly, the result of testing is verified by Monte Carlo experiments with empirical analysis. The testing result to macroeconomic variables GDP indicates that the data is stationary under the consideration of multiple structural breaks.

**Keywords:** panel data; unit roots; structural breaks; test statistics

[责任编辑 陈留院]