

# 微扰 QCD 框架下 $B^{0,\pm} \rightarrow \pi^{0,\pm} \pi^+ \pi^-$ 衰变过程中的直接 CP 破缺

李升涛<sup>1</sup>, 吕刚<sup>1</sup>, 陆业<sup>2</sup>

(1. 河南工业大学 理学院, 郑州 450001; 2. 广西师范大学 物理科学与技术学院, 广西 桂林 541004)

**摘要:**在微扰 QCD 框架下,研究了  $B^{0,\pm} \rightarrow \rho^0(\omega) \pi^{0,\pm} \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^{0,\pm}$  衰变过程中  $\rho\omega$  混合效应对 CP 破缺的影响. 由于产生了大的强相角,当  $\pi^+ \pi^-$  的不变质量在  $\omega$  共振区域,CP 破缺获得了极大增强.

**关键词:**微扰; QCD; B 介子衰变; CP 破缺

**中图分类号:** O413.3

**文献标志码:** A

CP 破缺近些年是一些热门的研究课题. 在标准模型中, CP 破缺是与 Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) 矩阵中弱复相角相联系. CP 破缺已经在 B 介子衰变过程中观测到. 近些年, 无论理论还是实验, 都关注 B 介子的衰变过程. 本文将为 LHCb 实验提供理论支持.

目前, 强子矩阵元只能从第一性原理计算 B 介子的两体衰变振幅可以在一般因子化, QCD 因子化, 微扰 QCD 和软共线有效理论框架下进行计算. 各种方法的不同, 主要是在于线性自由度或是否考虑横向动量. 直接 CP 破缺来自于弱相角和强相角的不同, 弱相角由 CKM 矩阵确定, 而强相角很难确定. B 介子衰变的强子矩阵元的计算, 不同的方法给出的强相角可能有很大不同. 近期发现在重味重子在三体衰变过程中, CP 破缺最大值达到 50%<sup>[1]</sup>. 本文讨论重味介子衰变过程中微扰 QCD 框架下研究  $\rho\omega$  混合对 CP 破缺的影响.

本文安排如下: 第一部分, 给出有效哈密顿量和威尔逊系数; 第二部分, 给出  $\rho\omega$  混合机制在  $B^{0,\pm} \rightarrow \rho^0(\omega) \pi^{0,\pm} \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^{0,\pm}$  衰变过程中 CP 破缺的形式; 第三部分, 给出数值结果; 第四部分总结.

## 1 有效哈密顿量和威尔逊系数

基于算符乘积展开, 有效哈密顿量可以表示为<sup>[2]</sup>

$$H_{\Delta B=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \{ V_{ub} V_{ud}^* [c_1 O_1^u + c_2 O_2^u] - V_{ub} V_{ud}^* \sum_{i=3}^{10} c_i O_i \} + h. c., \quad (1)$$

$G_F$  代表费米常数,  $C_i$  是威尔逊系数,  $V_{ub}, V_{ud}, V_{cb}$  和  $V_{cd}$  代表 CKM 矩阵元.  $O_1^u, O_2^u$  是树图算符,  $O_3 \rightarrow O_6$  是 QCD 企鹅算符,  $O_7 \rightarrow O_{10}$  是电弱企鹅图算符.  $C_i(m_b)$  的数值结果为<sup>[3]</sup>

$$\begin{aligned} c_1 = -0.2703, \quad c_2 = 1.1188, \quad c_3 = 0.0126, \quad c_4 = -0.0270, \quad c_5 = 0.0085, \quad c_6 = -0.0326, \\ c_7 = 0.0011, \quad c_8 = 0.0004, \quad c_9 = -0.0090, \quad c_{10} = 0.0022. \end{aligned} \quad (2)$$

CKM 矩阵由实验决定, 可以用 Wolfenstein 参量  $A, \lambda, \rho, \eta$  表示, 忽略  $O(\lambda^4)$ , CKM 矩阵中最新的参数

$$\lambda = 0.2272 \pm 0.0010, \quad A = 0.818_{-0.017}^{+0.007}, \quad \bar{\rho} = 0.221_{-0.028}^{+0.064}, \quad \bar{\eta} = 0.340_{-0.045}^{+0.017}. \quad (3)$$

其中

$$\bar{\rho} = \rho \left( 1 - \frac{\lambda^2}{2} \right), \quad \bar{\eta} = \eta \left( 1 - \frac{\lambda^2}{2} \right). \quad (4)$$

收稿日期: 2015-12-23; 修回日期: 2016-03-14.

基金项目: 国家自然科学基金(11147003).

作者简介: 吕刚(1981-), 男, 河南洛阳人, 河南工业大学副教授, 博士, 研究方向: 高能物理.

通信作者: 李升涛, E-mail: 394833074@qq.com.

从方程(3)和(4)得

$$0.198 < \rho < 0.293, \quad 0.302 < \eta < 0.366. \quad (5)$$

## 2 衰变过程 CP 破缺

### 2.1 形式

$B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  ( $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ ) 衰变过程的衰变振幅  $A(\bar{A})$  可以表示为

$$A = \langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | H^T | B^0 \rangle + \langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | H^P | B^0 \rangle, \quad (6)$$

$$\bar{A} = \langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | H^T | \bar{B}^0 \rangle + \langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | H^P | \bar{B}^0 \rangle, \quad (7)$$

$H^T$  和  $H^P$  是哈密顿量中的树图和企鹅图算符.

树图和企鹅图算符的相对振幅和相角可以表示如下:

$$A = \langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | H^T | B^0 \rangle [1 + r e^{i(\delta+\varphi)}], \quad (8)$$

$$\bar{A} = \langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | H^T | \bar{B}^0 \rangle [1 + r e^{i(\delta-\varphi)}], \quad (9)$$

其中  $\delta$  和  $\varphi$  分别表示强相角和弱相角.  $\varphi$  是 CKM 矩阵中引起 CP 破缺的弱相角, 可以表示为  $\arg[V_{ub} V_{ud}^* / (V_{ub} V_{ub}^*)]$ . 参数  $r$  表示企鹅图和树图振幅比值的绝对值:

$$r \equiv \left| \frac{\langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | H^P | B^0 \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | H^T | B^0 \rangle} \right| \quad (10)$$

CP 破缺的参数  $a$ , 可以表示为

$$a \equiv \frac{|A|^2 - |\bar{A}|^2}{|A|^2 + |\bar{A}|^2} = \frac{-2r \sin \delta \sin \varphi}{1 + 2r \cos \delta \cos \varphi + r^2}. \quad (11)$$

从方程(11)可以看出, CP 破缺依靠强相角和弱相角的不同而产生. 为了获得大的 CP 破缺, 需要一些机制使  $\sin \delta$  增大.  $\rho\omega$  混合机制能够导致大的强相角的不同<sup>[4-7]</sup>. 可以得到下列结果:

$$\langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | H^T | B^0 \rangle = \frac{g_\rho}{s_\rho s_\omega} \prod_{\rho\omega} t_\omega + \frac{g_\rho}{s_\rho} t_\rho, \quad (12)$$

$$\langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | H^P | B^0 \rangle = \frac{g_\rho}{s_\rho s_\omega} \prod_{\rho\omega} p_\omega + \frac{g_\rho}{s_\rho} p_\rho, \quad (13)$$

其中  $t_\rho$  和  $t_\omega$  表示树图阶的振幅,  $p_\rho$  和  $p_\omega$  企鹅图的振幅.  $g_\rho$  是  $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  衰变过程的耦合常数,  $\prod_{\rho\omega}$  定义为  $\rho-\omega$  混合的有效振幅.

从方程(6)、(8)、(12)和(13)得

$$r e^{i\varphi} = \frac{\prod_{\rho\omega} p_\omega + s_\omega p_\rho}{\prod_{\rho\omega} t_\omega + s_\omega t_\rho}. \quad (14)$$

定义

$$\frac{p_\omega}{t_\rho} \equiv r' e^{i(\delta_q + \varphi)}, \quad \frac{t_\omega}{t_\rho} \equiv \alpha e^{i\delta_\alpha}, \quad \frac{p_\rho}{p_\omega} \equiv \beta e^{i\delta_\beta}, \quad (15)$$

$\delta_\alpha, \delta_\beta$ , 和  $\delta_q$  是强相角. 从方程(14)和(15)可得:

$$r e^{i\varphi} = r' e^{i\delta_q} \frac{\prod_{\rho\omega} p_\omega + \beta e^{i\delta_\beta} s_\omega}{\prod_{\rho\omega} \alpha e^{i\delta_\alpha} + s_\omega}. \quad (16)$$

为了得到大的 CP 破缺(11), 可以改变  $\sin \varphi$  和  $\cos \varphi$ . 弱相角  $\varphi$  由 CKM 矩阵确定, 从 Wolfenstein 参数化下<sup>[8]</sup>, 可以得到

$$\sin \varphi = \frac{\eta}{\sqrt{[\rho(1-\rho) - \eta^2]^2 + \eta^2}}, \quad \cos \varphi = \frac{\rho(1-\rho) - \eta^2}{\sqrt{[\rho(1-\rho) - \eta^2]^2 + \eta^2}} \quad (17)$$

### 2.2 计算过程

从方程(11)、(14)和(15), 为了获得 CP 破缺的计算形式, 在微扰 QCD 框架下, 需要计算振幅  $t_\rho, t_\omega, p_\rho$  和

$p_\omega$ . 其中  $F_e, F_{ep}, F_{ep}^p$  为散射图振幅,  $F_a^p$  为湮灭图振幅;  $M_e, M_{ep}, M_a, M_{ep}, M_a^p, M_e^p, M_{ep}^p, F_{ep}^p$  是衰变振幅[9]. 根据 CKM 矩阵元  $V_{ub}V_{ud}^*$  和  $V_{cb}V_{cd}^*$  可以把树图振幅和企鹅图振幅分解.

### 2.2.1 $B^0 \rightarrow \rho^0(\omega)\pi^0$ 的衰变振幅

根据(1), 基于 CKM 矩阵元  $V_{ub}V_{ud}^*$  和  $V_{cb}V_{cd}^*$ , 在微扰 QCD 框架下,  $B^0 \rightarrow \rho^0\pi^0$  的衰变振幅可以表示为:

$$-2M(B^0 \rightarrow \rho^0\pi^0) = V_{ub}V_{ud}^* t_\rho - V_{cb}V_{cd}^* p_\rho \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} t_\rho &= (F_e + F_{ep}) \left( C_1 + \frac{1}{3}C_2 \right) + (M_e + M_{ep} - M_a - M_{ap})C_2, \\ p_\rho &= F_e \left( -\frac{1}{3}C_3 - C_4 + \frac{3}{2}C_7 + \frac{1}{2}C_8 + \frac{5}{3}C_9 + C_{10} \right) + \\ &F_{ep} \left( -\frac{1}{3}C_3 - C_4 - \frac{3}{2}C_7 - \frac{1}{2}C_8 + \frac{5}{3}C_9 + C_{10} \right) - \\ &F_{ep}^p \left( \frac{1}{3}C_5 + C_6 - \frac{1}{6}C_7 - \frac{1}{2}C_8 \right) + \\ &M_e \left( -C_3 - \frac{3}{2}C_8 + \frac{1}{2}C_9 + \frac{3}{2}C_{10} \right) + M_{ep} \left( -C_3 + \frac{3}{2}C_8 + \frac{1}{2}C_9 + \frac{3}{2}C_{10} \right) - \\ &(M_a + M_{ap}) \left( C_3 + 2C_4 - 2C_6 - \frac{1}{2}C_8 - \frac{1}{2}C_9 + \frac{1}{2}C_{10} \right) - \\ &(M_e^p + 2M_a^p) \left( C_5 - \frac{1}{2}C_7 \right). \end{aligned} \quad (20)$$

$B^0 \rightarrow \omega\pi^0$  的衰变振幅可以写为

$$2M(B^0 \rightarrow \omega\pi^0) = V_{ub}V_{ud}^* t_\omega - V_{cb}V_{cd}^* p_\omega, \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} t_\omega &= (F_{ep} - F_e) \left( C_1 + \frac{1}{3}C_2 \right) + (M_{ep} - M_e + M_a + M_{ap})C_2, \\ p_\omega &= F_e \left( -\frac{7}{3}C_3 - \frac{5}{3}C_4 - 2C_5 - \frac{3}{2}C_6 - \frac{1}{2}C_7 - \frac{1}{6}C_8 - \frac{1}{3}C_9 + \frac{1}{3}C_{10} \right) + \\ &F_{ep} \left( -\frac{1}{3}C_3 - C_4 - \frac{3}{2}C_7 - \frac{1}{2}C_8 + \frac{5}{3}C_9 + C_{10} \right) - F_{ep}^p \left( \frac{1}{3}C_5 + C_6 - \frac{1}{6}C_7 - \frac{1}{2}C_8 \right) + \\ &M_e \left( -C_3 - 2C_4 + 2C_6 + \frac{1}{2}C_8 + \frac{1}{2}C_9 - \frac{1}{2}C_{10} \right) + \\ &M_{ep} \left( -C_3 + \frac{3}{2}C_8 + \frac{1}{2}C_9 + \frac{3}{2}C_{10} \right) + \\ &(M_a + M_{ap}) \left( -C_3 - \frac{3}{2}C_8 + \frac{1}{2}C_9 + \frac{3}{2}C_{10} \right) - (M_e^p + 2M_a^p) \left( C_5 - \frac{1}{2}C_7 \right). \end{aligned} \quad (23)$$

由(15)定义, 得到

$$\alpha e^{i\delta_\alpha} \equiv \frac{t_\omega}{t_\rho}, \quad (24)$$

$$\beta e^{i\delta_\beta} \equiv \frac{p_\omega}{p_\rho}, \quad (25)$$

$$r' e^{i\delta_{r'}} = \frac{\rho_\omega}{t_\rho} \left| \frac{V_{cb}V_{cd}^*}{V_{ub}V_{ud}^*} \right|, \quad (26)$$

其中

$$\left| \frac{V_{cb}V_{cd}^*}{V_{ub}V_{ud}^*} \right| = \frac{\sqrt{(1-\rho)^2 + \eta^2}}{(1-\lambda^2/2)\sqrt{\rho^2 + \eta^2}}. \quad (27)$$

### 2.2.2 $B^+ \rightarrow \rho^0(\omega)\pi^+$ 的衰变振幅

$B^+ \rightarrow \rho^0\pi^+$  的衰变振幅可以写为

$$\sqrt{2}M(B^+ \rightarrow \rho^0\pi^+) = V_{ub}V_{ud}^* t_\rho - V_{cb}V_{cd}^* p_\rho, \quad (28)$$

其中

$$t_\rho = F_e \left( C_1 + \frac{1}{3} C_2 \right) + (F_{\rho^+} - 2F_a) \left( \frac{1}{3} C_1 + C_2 \right) + M_e C_2 + (M_\rho - M_a - M_\rho) C_1 \quad (29)$$

$$p_\rho = F_e \left( -\frac{1}{3} C_3 - C_4 + \frac{3}{2} C_7 + \frac{1}{2} C_8 + \frac{5}{3} C_9 + C_{10} \right) + (F_{\rho^+} - 2F_a) \left( \frac{1}{3} C_3 + C_4 + \frac{1}{3} C_9 + C_{10} \right) + (F_\rho^+ - 2F_a^+) \left( \frac{1}{3} C_5 + C_6 + \frac{1}{3} C_7 + C_8 \right) + M_e \left( -C_3 - \frac{3}{2} C_8 + \frac{1}{2} C_9 + \frac{3}{2} C_{10} \right) + (M_\rho - M_a + M_\rho) (C_3 + C_9) - M_e^+ \left( C_5 - \frac{1}{2} C_7 \right). \quad (30)$$

$B^+ \rightarrow \rho^0(\omega)\pi^+$  衰变振幅可以表示为

$$\sqrt{2}M(B^+ \rightarrow \omega\pi^+) = V_{ub}V_{ud}^* t_\omega - V_{cb}V_{cd}^* p_\omega, \quad (31)$$

其中

$$t_\omega = F_e \left( C_1 + \frac{1}{3} C_2 \right) + F_{\rho^+} \left( \frac{1}{3} C_1 + C_2 \right) + M_e C_2 + (M_\rho + M_a + M_\rho) C_1, \quad (32)$$

$$p_\omega = F_e \left( \frac{7}{3} C_3 + \frac{5}{3} C_4 + 2C_5 + \frac{2}{3} C_6 + \frac{1}{2} C_7 + \frac{1}{6} C_8 + \frac{1}{3} C_9 - \frac{1}{3} C_{10} \right) + F_{\rho^+} \left( \frac{1}{3} C_3 + C_4 + \frac{1}{3} C_9 + C_{10} \right) + F_\rho^+ \left( \frac{1}{3} C_5 + C_6 + \frac{1}{3} C_7 + C_8 \right) + M_e \left( C_3 + 2C_4 - 2C_5 - \frac{1}{2} C_8 - \frac{1}{2} C_9 + \frac{1}{2} C_{10} \right) + (M_\rho + M_a + M_\rho) (C_3 + C_9) + (M_a^+ + M_\rho^+) (C_5 + C_7) + M_e^+ \left( C_5 - \frac{1}{2} C_7 \right). \quad (33)$$

同理,从方程(24)~(27)中可以得到强相角.

### 3 数值结果

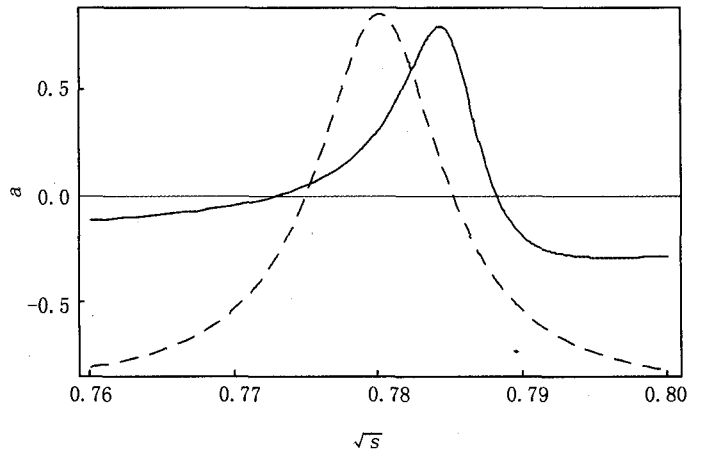
CKM 矩阵元由参数  $\rho, \eta, \lambda$  和  $A$  确定. 结果表明, CP 破缺对参数  $\rho, \eta, \lambda$  和  $A$  的依赖不强, 因此在图 1 中给出 CKM 中心值与 CP 破缺的关系图.

从数值结果发现当  $\pi^+ \pi^-$  的不变质量在  $\omega$  的共振区域内, CP 破缺的参数能够达到最大值  $a_{\max}$ . 从图 1 中看出, 对于衰变过程  $B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+$ , CP 破缺随着  $\sqrt{s}$  的增大也逐渐变大, 然后渐渐变小; 在  $\sqrt{s} = 0.785$  GeV, CP 破缺达到峰值, CP 破缺参数将达到了 73%, 而  $\sqrt{s} = 0.79$  GeV 下降逐渐趋于平缓. 对于衰变过程  $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ , 当  $\sqrt{s} = 0.782$  GeV, CP 破缺最大, CP 破缺参数达到了 74%.

### 4 结论

在微扰 QCD 框架下, 研究了  $\rho\omega$  混合效应对  $B^{0,\pm} \rightarrow \pi^{0,\pm} \pi^+ \pi^-$  衰变中 CP 破缺的影响, 发现  $\rho\omega$  混合提供了大的强相角, 因此获得了大的 CP 破缺. 最大的 CP 破缺能够达到 74%.

大型强子对撞机器 LHC 是质心能量为 14 TeV, 亮度为  $L = 10^{34} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ . LHC 产生的重夸克数量是非常大的,  $b\bar{b}$  的产生截面是 0.5 mb, 并且每年能够提供  $0.5 \times 10^{12}$  底夸克事例数. LHCb 探测器是为了探测



实线对应衰变道  $B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+$ ; 虚线对应衰变道  $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$

图1 当CKM矩阵元取中心值时, CP破缺参数 $a$ 随 $\sqrt{s}$ 变化的关系图.

CP 破缺而设计的. 近期, LHCb 合作组在  $B$  介子的非粲三体衰变过程中, 发现了明显了 CP 破缺. 同时, 在  $m_{\pi^+ \pi^-}^{low} < 0.4 \text{ GeV}^2$  和  $m_{\pi^+ \pi^-}^{low} > 15 \text{ GeV}^2$  区域, 大的 CP 破缺在  $B^+ \rightarrow k^+ k^- \pi^+$ ,  $B^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$  被发现. LHCb 实验可以在  $\pi^+ \pi^-$  不变质量与  $\omega$  共振区域, 收集数据, 探测预言的 CP 破缺.

### 参 考 文 献

- [1] ZHANG Zhen Hua, WANG Chao, GUO Xin Heng. Possible large CP violation in three body decays of heavy baryon[J]. Phys Lett, 2015, B751:430-433.
- [2] BUCHALLA G, BURAS A J, LAUTENBACHER M E. Weak decays beyond leading logarithms[J]. Rev Mod Phys, 1996. 68:1125-1144.
- [3] LV Cai Dian, UKAI K, YANG Mao Zhi. Branching ratio and CP violation of  $B \rightarrow \pi \pi$  decays in perturbative QCD approach[J]. Phys Rev, 2001, D63:074009.
- [4] GUO Xin Heng, THOMAS A W. Direct CP violation in charmed hadron decays  $\rho^- \omega$  mixing[J]. Phys Rev, 2000, D61:116009.
- [5] GUO X H, LV Gang, ZHANG Z H. Enhanced direct CP violation and branching ratios in bottom hadron decays[J]. Eur Phys J, 2008, C58:223-224.
- [6] LV Gang, YUAN Bao He, WEI Ke Wei. Direct CP violation for  $\bar{B}_s \rightarrow K^0 \pi^+ \pi^-$  decay in QCD factorization[J]. Phys Rev, 2011, D83:014002.
- [7] LV Gang, ZHANG Zhen Hua, LIU Xiu Ying et al. New result of direct CP violation in  $B \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^-$  [J]. Int J Mod Phys, 1981, A26:2899-2912.
- [8] WOLFENSTEIN L. Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix[J]. Phys Rev Lett, 1983, 51:1945.
- [9] ZHOU Rui, ZOU Zhi Tian, LV Cai Dian. The two-body  $B_c \rightarrow D_{(s)}^* P, D_{(s)}^* V$  decays in the Perturbative QCD Approach[J]. Phys Rev, 2012, D86:074008.

## Direct CP Violation for the Decay Process

### $B^{0,\pm} \rightarrow \pi^{0,\pm} \pi^+ \pi^-$ in Perturbative QCD

LI Shengtao<sup>1</sup>, LYU Gang<sup>1</sup>, LU Ye<sup>2</sup>

(1. College of Science, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China;

2. Department of Physics, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)

**Abstract:** In the framework of the PQCD, we study the CP violation in the decay process  $B^{0,\pm} \rightarrow \rho^0(\omega) \pi^{0,\pm} \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^{0,\pm}$  via  $\rho-\omega$  mixing. We find that the CP violation can be enhanced due to a large strong phase difference when the masses of the  $\pi^+ \pi^-$  pairs are in the vicinity of the  $\omega$  resonance.

**Keywords:** perturbative; QCD;  $B$  meson decays; CP violation