

# 非线性光机械系统中的弱力探测

张现周<sup>1</sup>, 赵雯<sup>1</sup>, 景辉<sup>2</sup>

(1.河南师范大学 物理与材料科学学院,河南 新乡 453007;2.湖南师范大学 物理与电子科学学院,长沙 410081)

**摘要:**从理论上研究了包含光学参量放大器的非线性腔光机械系统的弱力探测性能.一方面,发现通过调节光学参量放大器的非线性增益以及输入光场与腔场之间的有效失谐,可以减小压缩正交中约 14 dB 的量子噪声,从而将弱力探测灵敏度提高 2 倍以上.另一方面,分析了非线性腔结合零差测量产生的反作用噪声相消现象并且实现量子非破坏测量的方法.

**关键词:**非线性光学;光机械系统;光学参量放大器;弱力探测;标准量子极限

**中图分类号:**O431;O437

**文献标志码:**A

光学谐振腔与机械谐振器通过辐射压力耦合在一起构成腔光机械系统<sup>[1-2]</sup>.随着纳米科技的发展,如今,腔光机械系统得到广泛的应用,比如压缩光<sup>[3]</sup>、量子基态冷却<sup>[4]</sup>、光力诱导透明<sup>[5]</sup>等.与本文研究最相关的一个非常重要的应用即基于腔光机械系统的弱力探测<sup>[6]</sup>.

基于腔光机械系统的弱力探测,需要一个高品质因子的机械谐振器作为探测质量,将施加在机械谐振器上的待测弱力转换成谐振器依赖于时间变化的位移,利用干涉技术监视谐振器的位移,从而可以通过光信号探测弱力.但是,光力模式间的辐射压力耦合会产生光子散粒噪声以及量子反作用噪声,散粒噪声随着输入功率的增加而减小,而量子反作用噪声随着输入功率增加而增加,这样光子散粒噪声以及反作用噪声总和便存在一个最小值,这个最小值即为光机械系统弱力探测中的标准量子极限<sup>[2]</sup>.Braginsky 最早提出通过量子非破坏测量规避反作用噪声可以突破标准量子极限<sup>[7-8]</sup>.紧接着 Thorne 提出通过测量 2 个缓慢变化的振幅和相位正交分量中的其中一个构成量子非破坏可观测量从而实现反作用规避<sup>[9]</sup>,不同于位移和动量,共轭可观测量振幅和相位正交在自由动力学演化过程中退耦合,测量其中一个正交分量,而所有的量子反作用包含在另一个正交分量中,因此整个测量过程可以成功规避反作用,通过增加光力耦合强度(输入功率),可以继续减小散粒噪声,理论上允许在一个正交的测量中实现无限高的灵敏度,该方案随后在理论<sup>[10]</sup>和实验<sup>[11]</sup>方面均得到发展.另一方面,通过引入相反的噪声路径也可以消除反作用噪声突破标准量子极限,具体的方法包括输入变频压缩光<sup>[12]</sup>,变化的输出测量<sup>[13]</sup>,负质量模型<sup>[14]</sup>等.

最近,有研究提出利用光学参量放大器(Optical Parametric Amplifier, OPA)实现场内压缩可以达到高精度的位移测量<sup>[15]</sup>.该研究证明了非线性腔作为相敏参量放大器,可以放大输入场的振幅正交分量,同时也会衰减包含所有力学信息的相位正交分量.尽管相位正交分量中的信号被衰减,但同时更大程度的衰减了该正交分量中的量子噪声,从而提高信噪比.另一方面,OPA 协助的耗散耦合腔光机械系统也可以提高弱力探测灵敏度<sup>[16]</sup>.除此之外,OPA 非线性腔光机械系统还可以用于提高力学模式的冷却和压缩<sup>[17-18]</sup>,增强光力耦合作用<sup>[19]</sup>以及可调的正常模式劈裂<sup>[20]</sup>.

本文将对简并 OPA 非线性腔光机械系统应用于弱力探测的灵敏性能进行分析.相比于之前主要讨论力学共振频率下(探测频率  $\omega$  等于力学谐振频率  $\omega_m$ ,即  $\omega = \omega_m$ )的位移测量工作<sup>[15]</sup>,本文将讨论该系统在更宽

收稿日期:2019-03-16;修回日期:2019-12-11.

基金项目:国家自然科学基金(11474087;11774086)

作者简介:张现周(1959—),男,河南汝州人,河南师范大学教授,博士,博士生导师,研究方向为光学.

通信作者:景辉(1973—),男,河南鲁山人,湖南师范大学教授,博士,博士生导师,研究方向为量子光学, E-mail:jinghui73@gmail.com.

频域范围( $\omega \leq \omega_m$ )内的弱力传感性能.正文将分为 4 个部分:本文模型;计算该系统的动力学演化过程;数值模拟分析,讨论有效失谐以及非线性增益对弱力测量的影响;将非线性系统与变化输出测量方案结合起来,理论上分析一种可以实现反作用噪声相消的量子非破坏测量手段.

## 1 模型简介

本文考虑由色散型光力谐振腔与简并光学参量放大器(Optical Parametric Amplifier, OPA)组成的复合系统.该系统中其中一边与弹簧连接的可移动腔镜可作为有效质量为  $m$  的机械谐振器,其谐振频率以及力学阻尼分别为  $\omega_m, \gamma_m$ ,而另一边的腔镜固定.力学模式的位移  $x$  以及动量  $p$  的无量纲形式分别表示为

$$X = x/x_{zpf}, P = p/p_{zpf}, \quad (1)$$

且满足玻色对易关系  $[X, P] = i$ ;式中  $x_{zpf} = \sqrt{\hbar/m\omega_m}$ ,  $p_{zpf} = \sqrt{\hbar m\omega_m}$  分别表示位移和动量算符的零点涨落.利用输入光场  $a_{in}$  驱动谐振频率为  $\omega_a$  的光学腔,腔场与机械谐振器之间通过辐射压力相互作用耦合在一起,耦合强度  $g_0 = x_{zpf}\omega_a/L$ ,其中  $L$  为腔场长度.非线性增益为  $G$  的简并 OPA 通常用于产生压缩,由于泵浦光场与二阶非线性光学晶体的相互作用,输出频率等于泵浦频率  $2\omega_l$  的  $1/2$ .根据输出场产生的相移,利用该系统可以探测施加在机械谐振器上的弱力  $F_{ex}$ .

以输入光场频率  $\omega_l$  为旋转框架,系统的总哈密顿量

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_{om} + H_{opa}, \\ H_0 &= \hbar\Delta_a a^\dagger a + \frac{\hbar}{2}\omega_m (X^2 + P^2), \\ H_{om} &= \hbar g_0 a^\dagger a X, \\ H_{opa} &= i\hbar G (a^{\dagger 2} - a^2), \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $\Delta_a = \omega_a - \omega_l$  表示腔场与驱动场之间的失谐量,  $a^\dagger, a$  分别为腔场的产生、湮灭算符;  $H_0$  表示腔场以及力学模式的原始总能量,  $H_{om}$  代表光力相互作用项,  $H_{opa}$  则为光场与 OPA 耦合的哈密顿量.

## 2 动力学演化过程

根据哈密顿量并且引入耗散项以及噪声项,可以计算出海森堡-郎之万运动方程并用于描述系统的动力学过程

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \omega_m P, \\ \dot{P} &= -\omega_m X - \gamma_m P - g_0 a^\dagger a + \sqrt{2\gamma_m} f_{in}, \\ \dot{a} &= -i\Delta_a - ig_0 X a + 2Ga^\dagger - \frac{\kappa}{2}a + \sqrt{\kappa} a_{in}, \end{aligned} \quad (3)$$

$\kappa$  代表腔场的衰减率,输入光场  $a_{in}$  满足关联函数  $\langle a_{in}(t)a_{in}^\dagger(t') \rangle = \delta(t-t')$ ;总的力学噪声  $f_{in} = f_{th} + f_{ex}$ ,其中  $f_{th}, f_{ex}$  分别与布朗热噪声力  $\xi$  以及附加弱力  $F_{ex}$  之间的比值为  $1/\sqrt{2\hbar m\gamma_m\omega_m}$ ,热布朗噪声算符服从关联函数<sup>[21]</sup>

$$\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = m\hbar\gamma_m \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega(t-t')} \omega \left[ \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} + 1 \right], \quad (4)$$

声子布局数  $\bar{n} = [\exp(\hbar\omega_m/k_B T) - 1]^{-1}$ ,在热平衡经典近似条件下,  $f_{th}$  服从关联函数  $\langle f_{th}(t)f_{th}(t') \rangle = (k_B T/\hbar\omega_m)\delta(t-t')$ ;为了将运动方程线性化,将各算符展开为其稳态值加一个微小涨落,公式表示为

$$P = \bar{P} + \delta P, X = \bar{X} + \delta X, a = \bar{\alpha} + \delta a, a_{in} = \bar{\alpha}_{in} + \delta a_{in}, \quad (5)$$

各变量的稳态值分别为

$$P = 0, \bar{X} = -\frac{g_0 \bar{\alpha}^* \bar{\alpha}}{\omega_m}, \bar{\alpha} = \frac{2\kappa - 4i\Delta + 8G}{\kappa^2 + 4\Delta^2 - 16G^2} \sqrt{\kappa} \bar{\alpha}_{in} = |\alpha| e^{i\phi}. \quad (6)$$

选择输入场为零相位参考,即输入场振幅  $\alpha_{in}$  为实数,  $\Delta = \Delta_c + g_0 X$  为有效的腔失谐量,  $g_0 X$  是由于辐射压力相互作用产生的微小频移.腔内场相位  $\phi$  与有效失谐以及非线性增益拟合关系如图 1 所示.

为方便计算,接下来利用腔场的振幅、正交分量

$$x_a = (a + a^\dagger) / \sqrt{2}, p_a = (a - a^\dagger) / (i\sqrt{2}), \quad (7)$$

并且相似的输入场  $a_{in}$ , 输出场  $a_{out}$  的振幅、正交分量.将(5) 式代入运动方程(3) 式中,并且忽略二阶小量  $\delta a^\dagger \delta a, \delta X \delta a$ , 可以得到涨落算符的线性运动方程(为方便符号表示,移除涨落符号  $\delta$ )

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{P} \\ \dot{x}_a \\ \dot{p}_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_m & 0 & 0 \\ -\omega_m & -\gamma_m & -g \cos \phi & -g \sin \phi \\ g \sin \phi & 0 & 2G - \frac{\kappa}{2} & \Delta \\ -g \cos \phi & 0 & -\Delta & -2G - \frac{\kappa}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ P \\ x_a \\ p_a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2\gamma_m} f_{in} \\ \sqrt{\kappa} x_a^{in} \\ \sqrt{\kappa} p_a^{in} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$g = \sqrt{2} g_0 |\alpha|$  表示有效的线性光力耦合强度.由方程(8)可知,系数矩阵中第 3 行第 4 列以及第 4 行第 3 列表征振幅、相位正交的关联程度,当  $\Delta = 0$  时,两正交不关联,且腔场内相位等于 0,此时所有的力学运动信息均包含在相位正交分量中.利用傅立叶变换将方程(8)式换算到频域下,可以得到频域下的运动方程

$$\begin{pmatrix} -i\omega X \\ -i\omega P \\ -i\omega x_a \\ -i\omega p_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_m & 0 & 0 \\ -\omega_m & -\gamma_m & -g \cos \phi & -g \sin \phi \\ g \sin \phi & 0 & 2G - \frac{\kappa}{2} & \Delta \\ -g \cos \phi & 0 & -\Delta & -2G - \frac{\kappa}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ P \\ x_a \\ p_a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2\gamma_m} f_{in} \\ \sqrt{\kappa} x_a^{in} \\ \sqrt{\kappa} p_a^{in} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

联立输入-输出关系  $p_a^{out} = \sqrt{\kappa} p_a - p_a^{in}, x_a^{out} = \sqrt{\kappa} x_a - x_a^{in}$ .通过解线性方程(9) 式,可以得到输出场的振幅、相位正交  $p_a^{out}, x_a^{out}$ , 定义腔场以及机械振子的极化率  $\chi = (-i\omega + \kappa/2)^{-1}, \chi_m = \omega_m (\omega_m^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_m)^{-1}$ .在实际实验中,需要利用光电探测器将输出场的光子转化为光电子,从而产生非线性的光电流:  $I(t) = a_{out}^\dagger(t) a_{out}(t)$ .利用直接探测的方法只能探测到输出场的振幅正交分量,而对于只有一个光学模式以及一个力学模式的标准腔光机械系统,有效失谐等于零的情况下,输出场的振幅等于零,此时,直接探测是无效的.因为此时探测的振幅正交中不包含任何力学运动信息.而零差探测是一种相位相关的探测技术,利用零差探测可以直接探测相位正交,也就是  $\phi = \pi/2$  的情况,此时,附加的弱力

$$F = \frac{1}{F_f(\omega)} x_a^{\pi/2} = \frac{1}{F_f(\omega)} p_a^{out} = f_{ex} + f_{add}. \quad (10)$$

将输出场的振幅正交  $p_a^{out}$  代入(10) 式中,可以得到由 3 部分组成的附加噪声力分别为:热噪声  $f_{th}$ , 与输入场振幅、相位涨落呈线性相关的反作用噪声、散粒噪声,相关系数分别表示为  $X_a(\omega), P_a(\omega)$ ; 接下来,利用对称的噪声功率谱密度  $S_{FF}$  来表征探测附加弱力的灵敏度,利用噪声关联函数可以得到噪声功率谱密度  $S_{FF}$  与相关系数之间的关系

$$S_{FF}(\omega) = \frac{k_B T}{\hbar \omega_m} + \frac{1}{2} |X_a(\omega)|^2 + \frac{1}{2} |P_A(\omega)|^2, \quad (11)$$

其中,功率谱密度中的交叉关联项刚好被消除.噪声功率谱密度(11) 式中的第 1 项表示热布朗噪声,第 2 项

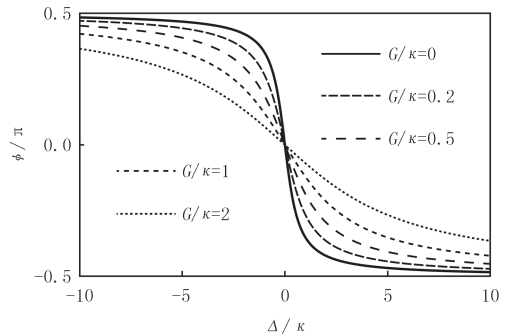


图1 腔内场相位拟合图

Fig.1 Fitting figure of intracavity phase

表示来自振幅涨落的反作用噪声,其正比于测量强度的平方  $g^2$  (或输入功率  $P_{in}$ ),第 3 项表示来自相位涨落的散粒噪声,散粒噪声反比于输入功率.根据数学基本不等式,两噪声相等时总噪声最小,也就是光力学中的标准量子极限.在以下的讨论中,忽略原则上可以避免的热噪声,只考虑反作用噪声、散粒噪声以及两者平衡时的标准量子极限.

### 3 数值模拟分析

$X_a(\omega) = P_a(\omega)$  时,即散粒噪声等于反作用噪声,所对应的有效光力耦合强度为优化的测量强度  $g_{opt}$ ,利用此时对应的输入功率可达到最佳灵敏度.接下来将讨论优化输入功率后,调节非线性增益以及有效失谐对灵敏度产生的影响.为了进行具体的数值分析,选取实验中的可行参数<sup>[2]</sup>见表 1.

表 1 数值分析中的具体参数

Tab.1 Specific parameters in numerical analysis

参数	$\omega_l/(2\pi)$	$\gamma_m/(2\pi)$	$\omega_m/(2\pi)$	$\kappa/(2\pi)$	$g_0/(2\pi)$
数值	$2 \times 10^{14}$ Hz	$10^3$ Hz	$10^7$ Hz	$10^7$ Hz	$10^2$ Hz

噪声功率谱密度随探测频率变化的函数经数值拟合如图 2 所示.图 2(a)(b)中的实线均代表标准腔光机械系统情况下的标准量子极限,此时,有效失谐等于零且不存在压缩,调节非线性增益均与标准量子极限拟合线重合.因此进一步调节有效失谐(a) $\Delta/\kappa=0.1$ , (b) $\Delta/\kappa=1$ ,并固定非线性增益  $G/\kappa=0.2$  使场内产生压缩(分别对应图 2(a)(b)中的虚线).在这种情况下,腔场内的相位偏离零相位点,振幅以及相位正交存在一个微小的旋转.腔场内相位随各参数变化如图 2(c)(d)所示, $\theta$  表示泵浦 OPA 相位,本文只考虑  $\theta=0$  的情况.图 2(a)中,腔场内相位的旋转程度极其微小因此可以忽略,此时,在探测频率  $\omega < 0.6\omega_m$  的区域内,附加噪声被压缩在标准量子极限对应的噪声之下,也就是其灵敏度可以突破标准量子极限,并且在低频域,灵敏度提高的程度更大,压缩正交中的量子噪声减小约 14 dB.图 2(b)中,在探测频率低于力学共振的区域内,即  $\omega < \omega_m$ ,附加噪声可以被压缩在标准量子极限之下,测量灵敏度可以提高.但是该情况下场内相位旋转程度变大,因此会存在有限的力学运动信息包含在未被测量的输出振幅正交中,从而产生一定的量子信息损耗.实际上,有效失谐越小而非线性增益越大,场内相位偏转程度越小,从而可以降低量子信息损耗.

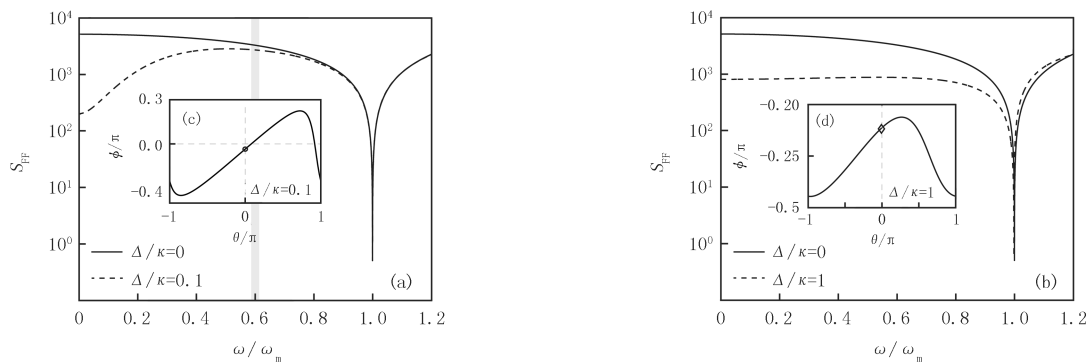


图2 噪声功率谱密度拟合图

Fig.2 Fitting figure of noise power spectral density

进一步详细讨论噪声压缩程度较高的低频域范围( $\omega < \kappa$ )内非线性腔光机械系统的具体传感性能.首先介绍低频域内标准腔光机械系统( $G=0, \Delta=0$ )输出场附加力噪声的功率谱密度<sup>[22]</sup>

$$S_{FF}^n = \frac{g^2}{\kappa\gamma_m} + \frac{1}{16} \frac{\kappa}{g^2\gamma_m} \frac{1}{|\chi_m|^2}, \quad (12)$$

$$S_{FF}^n \geq 1/(2\gamma_m |\chi_m|) = S_{SQL}. \quad (13)$$

此时对应的测量强度

$$g_{\text{SQL}}^2 = \kappa / |4\chi_m|. \quad (14)$$

散粒噪声等于反作用噪声时,不等式(13)中的等号成立,也就是噪声功率谱密度的最小值,对应最高灵敏度的标准量子极限。

图3为低频域下噪声功率谱函数拟合图。用粗实线标记  $S_{\text{FF}} = S_{\text{SQL}}$  的情况(图3中横线),也就是噪声功率谱等于标准量子极限的情况。在横线以下,表示附加噪声被压缩并突破标准量子极限。图3(a)拟合2种情况分别为(1)  $\Delta/\kappa = 0.2, G/\kappa = 0.1$ , (2)  $\Delta/\kappa = 0.1, G/\kappa = 0.2$ , 发现情况(1)对应的最低点,也就是最佳灵敏度时,所需要的测量强度小于  $g_{\text{SQL}}$ , 也就是通过调节有效失谐以及非线性增益,利用更小的输入功率即可压缩噪声提高灵敏度。图3(b)中,固定有效失谐  $\Delta/\kappa = 0.1$ , 通过调节测量强度以及非线性增益,发现可以提高灵敏度的区域大面积包含在  $g < g_{\text{SQL}}$  的范围内。并且在这种情况下,  $0.2 < G/\kappa < 0.3$  对应的深色区域,可以更大程度的提高灵敏度。在虚线以内的范围即  $S_{\text{FF}} < 0.5S_{\text{SQL}}$ , 非线性腔用于弱力探测的灵敏度可以提高2倍以上。

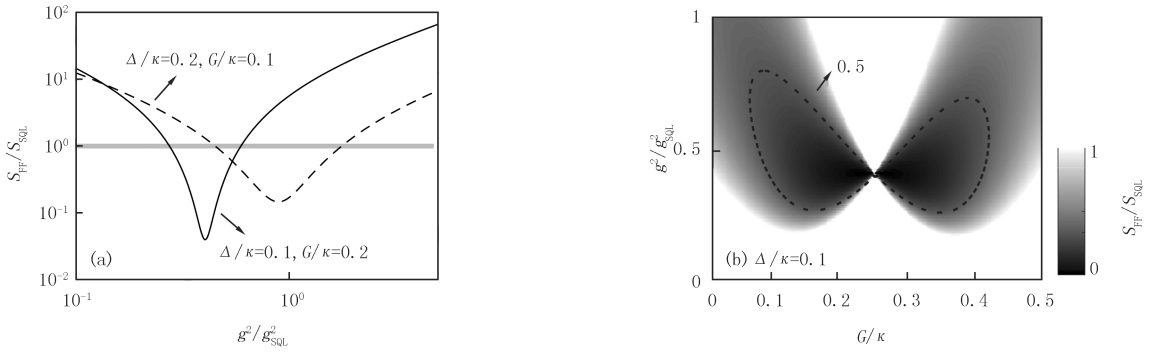


图3 低频域内噪声功率谱密度拟合图

Fig. 3 Fitting figure of noise power spectrum density in the low frequency domain

## 4 零差测量分析

有效失谐导致振幅和相位正交的关联,会存在部分力学运动信息丢失。接下来本文将基于非线性系统结合变化的输出即零差测量手段,从理论上分析一种可以突破标准量子极限,并且无量子信息损耗的方法。首先选取有效失  $\Delta = 0$  谐使得振幅与相位正交退耦合,所有力学运动信息均包含在相位正交中,考虑输出场正交中来自输入场振幅、相位正交的信号,输出场正交可以表示为

$$\begin{aligned} x_a^{\text{out}} &= K_{xx}(\omega)x_a^{\text{in}}, \\ p_a^{\text{out}} &= K_{px}(\omega)x_a^{\text{in}} + K_{pp}(\omega)p_a^{\text{in}}, \end{aligned} \quad (15)$$

其中,信号传递函数  $K_{xx}(\omega) = \frac{i\omega + \kappa/2 + 2G}{-i\omega + \kappa/2 - 2G}$ ,  $K_{pp}(\omega) = \frac{i\omega + \kappa/2 - 2G}{-i\omega + \kappa/2 + 2G}$ ,  $K_{px}(\omega) = g^2\chi_m\kappa/(-i\omega + \kappa/2 + 2G)^{-1}(-i\omega + \kappa/2 - 2G)^{-1}$ . 结合零差测量输出场

$$z_{\text{out}} = \cos\psi x_a^{\text{out}} + \sin\psi p_a^{\text{out}}. \quad (16)$$

$\psi$  表示零差测量角度,将(15)式代入(16)式,得到  $z_{\text{out}} = [\cos\psi K_{xx}(\omega)\sin\psi K_{px}(\omega)]x_a^{\text{in}} + \sin\psi K_{pp}(\omega)p_a^{\text{in}}$ . 其中第1项表示来自振幅正交的反作用噪声,为了消除反作用噪声实现无量子信息损耗的量子非破坏测量,可以调节零差角度  $\tan\psi = -K_{xx}(\omega)/K_{px}(\omega)$ , 由于反作用噪声正比于输入功率,因此消除反作用噪声后,理论上,增加输入功率减小散粒噪声即可无限的提高灵敏度,突破标准量子极限。另一方面,可以通过调节非线性增益参数来进一步压缩散粒噪声,如图4所示,拟合出消除反作用噪声后的功率谱密度随探测强度变化的仿真曲线,此时只存在散粒噪声。三角拟合线表示非线性增益等于0的情况,圆形拟合线表示非线性增益  $G/\kappa = 0.1$  的情况。发现调节非线性增益不等于零,散粒噪声进一步被压缩,在测量强度较小时,噪声可以减小约7 dB,从而进一步提高测量灵敏度。即相比于标准光力系统利用零差测量手段实现反作用噪声相

消<sup>[13-14]</sup>,非线性光力腔在测量强度较小时可以进一步压缩散粒噪声提高灵敏度.

## 5 结 论

通过在光机械谐振腔中引入非简并光学参量放大器,发现其产生的场内压缩可以抑制量子噪声从而提高弱力探测灵敏度.相比于目前应用广泛的输入变频压缩光的方案,直接在场内实现压缩可以免疫输入损耗的影响.本文具体讨论了腔场与输入光场之间的有效失谐以及非线性增益对探测灵敏性的影响,发现同时调节有效失谐和非线性增益可以抑制测量输出场中的量子噪声,从而可以将灵敏度提高 2 倍以上,但是由于有效失谐的存在,提高灵敏性能的同时会存在一定的量子信息损耗,减小有效失谐并且增加非线性增益可以抑制该损耗.另外,将非线性腔与零差探测结合,理论上分析可以达到反作用噪声相消的效果从而实现量子非破坏测量并且突破标准量子极限,同时进一步调节非线性增益可以在测量强度较小时实现 7 dB 的量子噪声压缩.未来可以进一步研究非简并 OPA 辅助的腔光机械系统和磁子-光子耦合系统等的弱力传感性能.

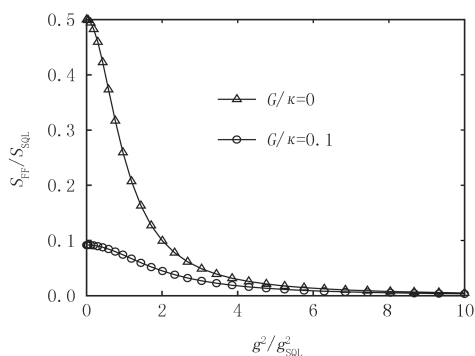


图4 散粒噪声拟合图

Fig.4 Fitting figure of shot noise

## 参 考 文 献

- [1] ASPELMEYER M, KIPPENBERG T J, MARQUARDT F. Cavity optomechanics[J]. Rev Mod Phys, 2014, 86(4): 1391-1452.
- [2] BOWEN W P, MILBURN G J. Quantum Optomechanics[M]. New York: CRC Press, 2016.
- [3] BROOKS D W C, BOTTER T, SCHREPLER S, et al. Non-classical light generated by quantum-noise-driven cavity optomechanics[J]. Nature, 2012, 488(7412): 476-480.
- [4] CHAN J, ALEGRE T P, SAFAVINAEINI A H, et al. Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state[J]. Nature, 2011, 478(7367): 89-92.
- [5] WEIS S, RIVIERE R, DELGLISE S, et al. Optomechanically induced transparency[J]. Science, 2010, 330(6010): 1520-1523.
- [6] CLERK A A, DEVORET M H, GIRVIN S M, et al. Introduction to quantum noise, measurement, and amplification[J]. Rev Mod Phys, 2010, 82(2): 1155-1208.
- [7] BRAGINSKY V B, VORONTSOV Y I. Quantum-mechanical limitations in macroscopic experiments and modern experimental technique [J]. Sov Phys Usp, 1975, 17(5): 644-650.
- [8] BRAGINSKY V B, VORONTSOV Y I, THORNE K S. Quantum nondemolition measurements[J]. Science, 1980, 209(4456): 547-557.
- [9] THORNE K S, DREVER R W P, CAVES C M, et al. Quantum nondemolition measurements of harmonic oscillators[J]. Phys Rev Lett, 1978, 40(11): 667-671.
- [10] CLERK A A, MARQUARDT F, JACOBS K. Back-action evasion and squeezing of a mechanical resonator using a cavity detector[J]. New J Phys, 2008, 10(9): 095010.
- [11] SHOMRONI I, QIU L, MALZ D, et al. Optical Backaction-Evading Measurement of a Mechanical Oscillator[EB/OL]. [2018-09-04]. <https://arxiv.org/abs/1809.01007>.
- [12] CAVES C M. Quantum-mechanical noise in an interferometer[J]. Phys Rev D, 1981, 23(8): 1693-1708.
- [13] KIMBLE H J, LEVIN Y, MATSKO A B, et al. Conversion of conventional gravitational-wave interferometers into quantum nondemolition interferometers by modifying their input and/or output optics[J]. Phys Rev D, 2001, 65(2): 022002.
- [14] TSANG M, CAVES C M. Coherent Quantum-Noise Cancellation for Optomechanical Sensors[J]. Phys Rev Lett, 2010, 105(12): 123601.
- [15] PEANO V, SCHWEFELI H G L, MARQUARDT Ch, et al. Intracavity squeezing can enhance quantum limited optomechanical position detection through deamplification[J]. Phys Rev Lett, 2015, 115(24): 243603.
- [16] HUANG S, AGARWAL G S. Robust force sensing for a free particle in a dissipative optomechanical system with a parametric amplifier [J]. Phys Rev A, 2017, 95(2): 023844.

- [17] HUANG S, CHEN A. Improving the cooling of a mechanical oscillator in a dissipative optomechanical system with an optical parametric amplifier[J]. *Phys Rev A*, 2018, 98(6):063818.
- [18] AGARWAL G S, HUANG S. Strong mechanical squeezing and its detection[J]. *Phys Rev A*, 2016, 93(4):043844.
- [19] ZHANG J S, LI M C, CHEN A X. Enhancing quadratic optomechanical coupling via a nonlinear medium and lasers[J]. *Phys Rev A*, 2019, 99(1):013843.
- [20] HUANG S, AGARWAL G S. Normal-mode splitting in a coupled system of a nanomechanical oscillator and a parametric amplifier cavity[J]. *Phys Rev A*, 2009, 80(3):033807.
- [21] GIOVANNETTI V, VITALI D. Phase-noise measurement in a cavity with a movable mirror undergoing quantum Brownian motion[J]. *Phys Rev A*, 2001, 63(2):023812.
- [22] WIMMER M H, STEINMEYER D, HAMMERER K, et al. Coherent cancellation of backaction noise in optomechanical force measurements[J]. *Phys Rev A*, 2014, 89(5):053836.

## Weak force detection in a nonlinear optomechanical system

Zhang Xianzhou<sup>1</sup>, Zhao Wen<sup>1</sup>, Jing Hui<sup>2</sup>

(1. College of Physics and Materials Science, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China;

2. School of Physics and Electronics, Hunan Normal University, Changsha 410081, China)

**Abstract:** We theoretically studied the weak force detection performance of a nonlinear cavity optomechanical system including an optical parametric amplifier. On the one hand, we found that by adjusting the nonlinear gain of the optical parametric amplifier and the effective detuning between the input light field and the cavity field, the quantum measurement noise in the squeezed quadrature can be reduced about 14 dB, thereby improving the weak force detection sensitivity. On the other hand, we analyzed the back-action noise cancellation phenomenon generated by nonlinear cavity combined with homodyne measurement and realize the method of quantum nondemolition measurement.

**Keywords:** nonlinear optics; optomechanical system; optical parametric amplifier; weak force sensing; standard quantum limit

[责任编辑 杨浦 王凤产]