

# 随机固定资产系统补偿倒向 Euler 数值解的稳定性

吕淑婷, 张启敏

(北方民族大学 数学与信息科学学院, 银川 750021)

**摘要:**介绍了一类与年龄相关的随机固定资产系统补偿倒向 Euler 数值解法, 漂移系数和扩散系数在单边 Lipschitz 条件和有界条件下, 建立了随机固定资产系统补偿倒向 Euler 数值解均方渐近稳定性的判定准则. 最后通过数值算例对本文的结论进行了验证.

**关键词:**随机资产系统; 补偿倒向 Euler 法; 渐近稳定性

**中图分类号:**O175.1

**文献标志码:**A

本文将讨论如下与年龄相关的随机固定资产系统<sup>[1]</sup>:

$$\begin{cases} dK(a, t) = \frac{\partial K(a, t)}{\partial a} dt - \mu(t, a)K(a, t)dt + f(t, K(a, t))dt + \\ g(t, K(a, t))dB_t^H + h(t, K(a, t))dN, \text{ 在 } I \text{ 内,} & (1) \\ K(0, t) = K_0(a), \text{ 在 } [0, A] \text{ 内,} & (2) \\ K(0, t) = \gamma(t)A(t)F(L(t), N(t)), \text{ 在 } [0, T] \text{ 内,} & (3) \\ N(t) = \int_0^A K(a, t)da, \text{ 在 } [0, T] \text{ 内,} & (4) \end{cases}$$

其中  $I = [0, T] \times [0, A]$ ,  $t \in [0, T]$  表示时间, 且  $T \rightarrow +\infty$ ,  $a \in [0, A]$ ,  $A$  表示资本使用的最大年限, 最大役龄;  $K(a, t)$  为  $t$  时刻年龄为  $a$  的资本密度函数.  $N(t)$  为资本总量,  $\mu(t, a)$  为资本折旧率,  $\gamma(t)$  为资本积累率;  $0 < \gamma(t) < 1$ ,  $A(t)$  为进步系数,  $N(t) = \int_0^A K(a, t)da$  是在  $t$  时刻资本总数.  $f(t, K(a, t))dt + g(t, K(a, t))dB_t^H + h(t, K(a, t))dN_t$  为外界环境对系统的扰动, 如技术的革新、政策的改变等.  $B_t^H$  是个分数 Brown 运动,  $N(t)$  是一个强度为  $\lambda$  的标准 Poisson 过程.

近年来, 随机固定资产模型引起了许多学者的关注<sup>[1-9]</sup>. 例如, 吕淑婷在文献[1]研究了随机固定资产模型 Split-Step Backward Euler 数值解的几乎必然指数稳定性, 文献[2]讨论了模糊随机固定资产模型解的存在、唯一和指数稳定性, 张启敏等在文献[3-4]中分别分析了随机固定资产系统强解的存在唯一性和数值解的收敛性.

然而, 对于随机固定资产系统(1)~(4)在现实问题中, 很难得到精确解, 因此其数值方法就显得尤为重要<sup>[1,4-5]</sup>, 寻找简单快速的数值方法有利于预测和分析系统的性质. 尽管随机固定资产模型的数值解的稳定性和收敛性已有很多研究<sup>[1,2,5,7-9]</sup>, 但据了解, 到目前为止, 还没有关于带跳和分数 Brown 运动的固定资产模型数值解均方渐近稳定性的报道. 本文的主要目的是将补偿倒向 Euler 方法应用于随机固定资产模型(1)~(4), 在单边 Lipschitz 条件和有界条件下, 建立了补偿倒向 Euler 数值解的均方渐近稳定性. 在本文的最后通过数值算例对所得到的结论进行了验证.

收稿日期:2015-09-16; 修改日期:2016-03-10.

基金项目:国家自然科学基金(11362001); 宁夏自然科学基金(NZ14109).

第 1 作者简介(通信作者):吕淑婷(1974-), 女, 陕西宝鸡人, 北方民族大学副教授, 研究方向为随机微分方程理论与应用, E-mail: xjlsht@163.com.

### 1 预备知识

$V = H^1([0, A]) = \{ \varphi \mid \varphi \in L^2([0, A]), \frac{\partial \varphi}{\partial a} \in L^2([0, A]) \}$ , 其中  $\frac{\partial \varphi}{\partial a}$  是广义偏导数.  $V$  是 Sobolev 空间.  $H = L^2([0, A])$ , 满足  $V \circ H \equiv H' \circ V', V' = H^{-1}([0, A])$  是  $V$  的对偶空间. 定义  $|\cdot|$  和  $\|\cdot\|$  分别为  $V, V'$  上的范数;  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  表示  $V$  与  $V'$  空间的内积,  $(\cdot, \cdot)$  是  $H$  空间上的数量积.  $S$  是完备的 Hilbert 空间.

$\{B_t\}_{t \geq 0}$  是定义在完备的概率空间  $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \leq 0}, P)$  上且取值在可分的 Hilbert 空间  $S$  上的分数 Brown 过程, 具有增量协方差算子  $\mathcal{W}. G \in \mathcal{L}(S, H)$  是所有从  $S$  到  $H$  的有界线性算子空间,  $\|G\|_2$  表示 Hilbert-Schmidt 范数<sup>[10]</sup>, 即

$$\|G\|_2^2 = \text{tr}(GWG^T).$$

首先, 对系统(1)~(4)应用补偿倒向 Euler 数值方法<sup>[11]</sup>进行时间离散, 则数值解  $Y_{k+1}$  迭代格式定义为

$$Y_{k+1} = Y_k - \frac{\partial Y_{k+1}}{\partial a} \Delta t - \mu(t_{k+1}, a) Y_{k+1} \Delta t + f_A(t_{k+1}, Y_{k+1}) \Delta t + g(t_k, Y_k) \Delta B_k^H + h(t_k, Y_k) \Delta \tilde{N}_k, \quad k = 0, 1, \dots, \tag{5}$$

其中  $t_k = k\Delta t, \Delta t$  为步长,  $f_\lambda(t, x) = f(t, x) + \lambda h(t, x), \Delta B_k = B^H(t_{k+1}) - B^H(t_k)$  为分数 Brown 运动的增量,  $\Delta \tilde{N}_k = \tilde{N}(t_k + 1) - \tilde{N}(t_k)$  为补偿 Poisson 过程增量, 初始值  $Y_0 = K(0, a)$ , 且  $Y_k \approx K(t_k, a)$ .

**定义 1** 设  $0 < H < 1, B^H$  称为 Hurst 参数的分数 Brown 运动为一连续高斯过程  $B^H = B^H(t), t \in R, \forall t: E[B^H(t)] = 0$ , 协方差为

$$E[B^H_t B^H_s] = \frac{1}{2} (|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t-s|^{2H}); \quad t, s \in R,$$

令  $B^H(0) = 0$ . 当  $H = \frac{1}{2}, B^{\frac{1}{2}}$  是一个标准的布朗运动.

**注 1** 通过定义 1 能得到一个标准的分数 Brown 运动  $B^H$  有如下性质:

- (i) 对任意的  $t \geq 0$ , 则  $B^H(0) = 0$  和  $E[B^H(t)] = 0$  成立;
- (ii)  $B^H$  是齐次增量, 即, 对于  $s, t \geq 0$ , 则  $B^H(t+s) - B^H(s)$  与  $B^H(t)$  具有相同的性质;
- (iii)  $B^H$  是一个 Gaussian 过程, 并且  $H \in (0, 1)$  时, 有  $E[B^H(t)]^2 = t^{2H}, t \geq 0$ ;
- (iv)  $B^H$  有连续轨迹.

**定义 2** 如果对任意初值  $Y_0$ , 使得  $\limsup_{k \rightarrow +\infty} E(|Y_k|^2) = 0$  成立, 则(5)式对应的数值解  $Y_k$  是均方渐进稳定的.

为了证明本文的主要结论, 给出以下假设条件:

(c1)  $\mu(t, a)$  非负可测,  $\gamma(t)$  和  $A(t)$  非负连续, 并且

$$\begin{cases} 0 \leq \bar{\mu} \leq \mu(t, a) < \infty, \text{在 } I \text{ 中,} \\ 0 \leq \gamma(t)A(t) \leq \eta, \text{在 } [0, T] \text{ 中;} \end{cases}$$

(c2) 对任意的  $x \in V$  则存在常数  $\lambda_1 \in R^+, \lambda_2 \in R^+$  和  $\lambda_3 \in R^+$  满足

$$\langle x, f(t, x) \rangle \leq \lambda_1 |x|^2, \|g(t, x)\|_2^2 \leq \lambda_2 |x|^2, |h(t, x)|^2 \leq \lambda_3 |x|^2;$$

(c3)

$$\begin{cases} F(L, N) \geq 0, F(L, 0) = 0, \frac{\partial F}{\partial L} > 0, \\ 0 < \frac{\partial F}{\partial N} < F_1, \text{其中 } F_1 \text{ 是大于 } 0 \text{ 的常数.} \end{cases}$$

### 2 主要结论

本节主要证明方程(1)~(4)的补偿倒向 Euler 数值解(5)在单边 Lipschitz 条件和有界条件下均方渐进有界性.

**定理 1** 假设条件(c1) - (c3) 成立. 并且有不等式

$$(AF_1^2 \eta^2 - 2\bar{\mu} + 2(\lambda_1 + \lambda \sqrt{\lambda_3})) \Delta t + (\lambda_2 \Delta t^{2H} + \lambda_3 \lambda \Delta t) < 0 \quad (7)$$

成立, 则补偿倒向 Euler 数值解(5) 满足方程

$$\limsup_{k \rightarrow +\infty} E(|Y_k|^2) = 0. \quad (8)$$

**证明** 从(5) 式, 可得

$$|Y_{k+1} + \frac{\partial Y_{k+1}}{\partial a} \Delta t + \mu(t_{k+1}, a) Y_{k+1} \Delta t - f_\lambda(t_{k+1}, Y_{k+1}) \Delta t|^2 = |Y_k + g(t_k, Y_k) \Delta B_k^H + h(t_k, Y_k) \Delta \tilde{N}_k|^2.$$

因此, 有等式

$$|Y_{k+1}|^2 + 2\Delta t \langle Y_{k+1}, \frac{\partial Y_{k+1}}{\partial a} + \mu(t_{k+1}, a) Y_{k+1} - f_\lambda(t_{k+1}, Y_{k+1}) \rangle + |\frac{\partial Y_{k+1}}{\partial a} + \mu(t_{k+1}, a) Y_{k+1} - f_\lambda(t_{k+1}, Y_{k+1})|^2 \Delta t^2 = |Y_k + g(t_k, Y_k) \Delta B_k^H + h(t_k, Y_k) \Delta \tilde{N}_k|^2. \quad (9)$$

根据(9) 式和条件(c1) 计算得

$$\begin{aligned} |Y_{k+1}|^2 &\leq |Y_{k+1}|^2 + |\frac{\partial Y_{k+1}}{\partial a} + \mu(t_{k+1}, a) Y_{k+1} - f_\lambda(t_{k+1}, Y_{k+1})|^2 \Delta t^2 = -2\Delta t \langle Y_{k+1}, \frac{\partial Y_{k+1}}{\partial a} + \\ &\mu(t_{k+1}, a) Y_{k+1} - f_\lambda(t_{k+1}, Y_{k+1}) \rangle + |Y_k + g(t_k, Y_k) \Delta B_k^H + h(t_k, Y_k) \Delta \tilde{N}_k|^2 \leq -2\Delta t \langle Y_{k+1}, \frac{\partial Y_{k+1}}{\partial a} \rangle - \\ &2\bar{\mu} \Delta t |Y_{k+1}|^2 + 2\Delta t \langle Y_{k+1}, f_\lambda(t_{k+1}, Y_{k+1}) \rangle + |Y_k|^2 + \|g(t_k, Y_k) \Delta B_k^H\|_2^2 + |h(t_k, Y_k) \Delta \tilde{N}_k|^2 + \\ &2\langle Y_k, g(t_k, Y_k) \Delta B_k^H \rangle + 2\langle Y_k, h(t_k, Y_k) \Delta \tilde{N}_k \rangle + 2\langle g(t_k, Y_k) \Delta B_k^H, h(t_k, Y_k) \Delta \tilde{N}_k \rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

因为

$$\begin{aligned} -\langle Y_{k+1}, \frac{\partial Y_{k+1}}{\partial a} \rangle &= -\int_0^A Y_{k+1} d_a(Y_{k+1}) = \frac{1}{2} \gamma^2(t_{k+1}) A^2(t_{k+1}) [F(L(t_{k+1})), \\ &\int_0^A Y_{k+1} da - F(L(t_{k+1}), 0)]^2 \leq \frac{1}{2} AF_1^2 \eta^2 |Y_{k+1}|^2, \end{aligned} \quad (11)$$

结合(10) 式和(11) 式, 有

$$\begin{aligned} |Y_{k+1}|^2 &\leq AF_1^2 \eta^2 \Delta t |Y_{k+1}|^2 - 2\bar{\mu} \Delta t |Y_{k+1}|^2 + 2\Delta t \langle Y_{k+1}, f_\lambda(t_{k+1}, Y_{k+1}) \rangle + \|g(t_k, Y_k) \Delta B_k^H\|_2^2 + \\ &|h(t_k, Y_k) \Delta \tilde{N}_k|^2 + 2\langle Y_k, g(t_k, Y_k) \Delta B_k^H \rangle + 2\langle Y_k, h(t_k, Y_k) \Delta \tilde{N}_k \rangle + \\ &2\langle g(t_k, Y_k) \Delta B_k^H, h(t_k, Y_k) \Delta \tilde{N}_k \rangle + |Y_k|^2. \end{aligned}$$

由于  $E(\Delta B_k^H) = 0, E(\Delta B_k^H)^2 = \Delta t^{2H}, E(\Delta \tilde{N}_k) = 0, E(\Delta \tilde{N}_k)^2 = \lambda \Delta t$ , 则有

$$\begin{aligned} E|Y_{k+1}|^2 &\leq AF_1^2 \eta^2 \Delta t E|Y_{k+1}|^2 - 2\bar{\mu} \Delta t E|Y_{k+1}|^2 + 2\Delta t E \langle Y_{k+1}, f_\lambda(t_{k+1}, Y_{k+1}) \rangle + \\ &E|Y_k|^2 + E\|g(t_k, Y_k)\|_2^2 \Delta t^{2H} + \lambda \Delta t E|h(t_k, Y_k)|^2, \end{aligned} \quad (12)$$

通过条件(c2) 可以得到

$$\langle Y_{k+1}, f_\lambda(t_{k+1}, Y_{k+1}) \rangle \leq \langle Y_{k+1}, f(t_{k+1}, Y_{k+1}) \rangle + \lambda \langle Y_{k+1}, h(t_{k+1}, Y_{k+1}) \rangle \leq (\lambda_1 + \lambda \sqrt{\lambda_3}) |Y_{k+1}|^2. \quad (13)$$

把(13) 式代入(12) 式, 再根据条件(c1) - (c3) 得

$$\begin{aligned} E|Y_{k+1}|^2 &\leq AF_1^2 \eta^2 \Delta t E|Y_{k+1}|^2 - 2\bar{\mu} \Delta t E|Y_{k+1}|^2 + 2(\lambda_1 + \lambda \sqrt{\lambda_3}) \Delta t E|Y_{k+1}|^2 + \\ &3E|Y_k|^2 + 3E\|g(t_k, Y_k)\|_2^2 \Delta t^{2H} + 3\lambda \Delta t E|h(t_k, Y_k)|^2 \leq (AF_1^2 \eta^2 - 2\bar{\mu} + \\ &2(\lambda_1 + \lambda \sqrt{\lambda_3})) \Delta t E|Y_{k+1}|^2 + (1 + \lambda_2 \Delta t^{2H} + \lambda_3 \lambda \Delta t) E|Y_k|^2. \end{aligned}$$

通过简单计算有

$$(1 - (AF_1^2 \eta^2 - 2\bar{\mu} + 2(\lambda_1 + \lambda \sqrt{\lambda_3})) \Delta t) E|Y_{k+1}|^2 \leq (1 + \lambda_2 \Delta t^{2H} + \lambda_3 \lambda \Delta t) E|Y_k|^2,$$

其中  $1 - (AF_1^2 \eta^2 - 2\bar{\mu} + 2(\lambda_1 + \lambda \sqrt{\lambda_3})) \Delta t > 0$ , 有  $E|Y_{k+1}|^2 \leq C_1 E|Y_k|^2$ , 其中  $C_1 =$

$$\frac{1 + \lambda_2 \Delta t^{2H} + \lambda_3 \lambda \Delta t}{1 - (AF_1^2 \eta^2 - 2\bar{\mu} + 2(\lambda_1 + \lambda \sqrt{\lambda_3})) \Delta t}.$$

通过迭代可得

$$E|Y_k|^2 \leq C_1^k E|Y_0|^2, \quad (14)$$

其中  $0 < C_1 < 1$ , 并且让  $k \rightarrow +\infty$ , 可得  $\limsup_{k \rightarrow +\infty} E|Y_k|^2 = 0$ .

能得出(8)式成立,故定理证毕.

**注2** 如果在定理1成立的条件下,则能说明在现实生活中一个公司将面临破产,此时应该给出一些方案来避免条件(c1)~(c3)和(7)中的至少一项成立.

### 3 数字算例

在这节中我们将提出一个数值例子来验证中文定理的合理性.

**例1** 考虑如下与年龄相关的随机固定资产系统

$$\begin{cases} dK(a,t) = -\frac{\partial K(a,t)}{\partial a} dt - \mu(t,a)K(a,t)dt + f(t,K(a,t))dt + \\ g(t,K(a,t))dB_t^H + h(t,K(a,t))dN_t, \text{在 } I \text{ 内,} \end{cases} \quad (15)$$

$$K(0,a) = K_0(a), \text{在 } [0,A] \text{ 内,} \quad (16)$$

$$K(t,0) = \gamma(t)A(t)F(L(t),N(t)), \text{在 } [0,T] \text{ 内,} \quad (17)$$

$$N(t) = \int_0^A K(t,a)da, \text{在 } [0,T] \text{ 内,} \quad (18)$$

其中  $B_t^H$  是一个分数 Brown 运动,  $N_t$  是一个强度为  $\lambda$  的标准 Poisson 过程.  $T = 10, A = 0.8, I = [0, 0.8] \times$

$[0, 10], V = L^2([0, 0.8]), \mu(a, t) = -\frac{8}{(1-a)^2}, \gamma(t)A(t) = 1, F(L(t), N(t)) = (-|5-t|^{0.8} + 4)N(t),$

劳动力  $L(t) = -|5-t|^{0.8} + 4$ , 初值  $K_0(a) = \exp(-\frac{1}{1-a}), f(t, K(a, t)) = -8K(a, t), g(t, K(a, t)) =$

$K(a, t), h(t, K(a, t)) = \cos t |K(a, t)|.$

可以很容易得到如下不等式:

$$\begin{cases} 8 = \bar{\mu} \leq \mu(a, t) < \infty, \text{在 } I \text{ 内,} \\ \gamma(t)A(t) \leq \eta = 1, \text{在 } [0, 500] \text{ 内,} \\ \frac{\partial F}{\partial N} < 4 = F_1, \end{cases}$$

和

$$\langle f(t, K(a, t)), K(a, t) \rangle = \langle -8K(a, t), K(a, t) \rangle \leq -8 |K(a, t)|^2,$$

$$\|g(t, K(a, t))\|_2^2 \leq |K(a, t)|^2, |h(t, K(a, t))|^2 \leq |K(a, t)|^2,$$

则有  $\lambda_1 = -8, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1.$

在本算例中, 让  $\Delta a = 0.05, H = 3/4, \lambda = 6, \Delta t = 0.01$ , 故可以很容易地验证系统(15)~(18)满足假设条件(c1)~(c3), 且满足

$$(AF_1^2\eta^2 - 2\bar{\mu} + 2(\lambda_1 + \lambda\sqrt{\lambda_3}))\Delta t + (\lambda_2\Delta t^{2H} + \lambda_3\lambda\Delta t) = -0.011 < 0.$$

由上面的分析可知系统(15)~(18)满足定理1的条件, 故根据定理1知系统对应的补偿倒向 Euler 数值解  $Y_k$  是均方渐进有界的, 即,

$$\limsup_{k \rightarrow +\infty} E |Y_k|^2 \leq \left( \frac{1 + \lambda_2\Delta t^{2H} + \lambda_3\lambda\Delta t}{1 - (AF_1^2\eta^2 - 2\bar{\mu} + 2(\lambda_1 + \lambda\sqrt{\lambda_3}))\Delta t} \right)^k = \lim_{k \rightarrow +\infty} (0.989738805970149)^k \rightarrow 0.$$

接下来, 为了更好说明结论的正确性, 给出  $\Delta t = 0.01, \Delta a = 0.05$  固定步长的均方数值解模拟. 则图1(a)表示初值为  $Y_0 = \exp(-\frac{1}{1-a})$  的补偿倒向 Euler 数值模拟, 图1(b)~(d)分别为图1(a)中, 当  $a = 0.3, a = 0.5, a = 0.7$  时的图形, 它是为了更直观的描述随机固定资产模型的均方渐近稳定性.

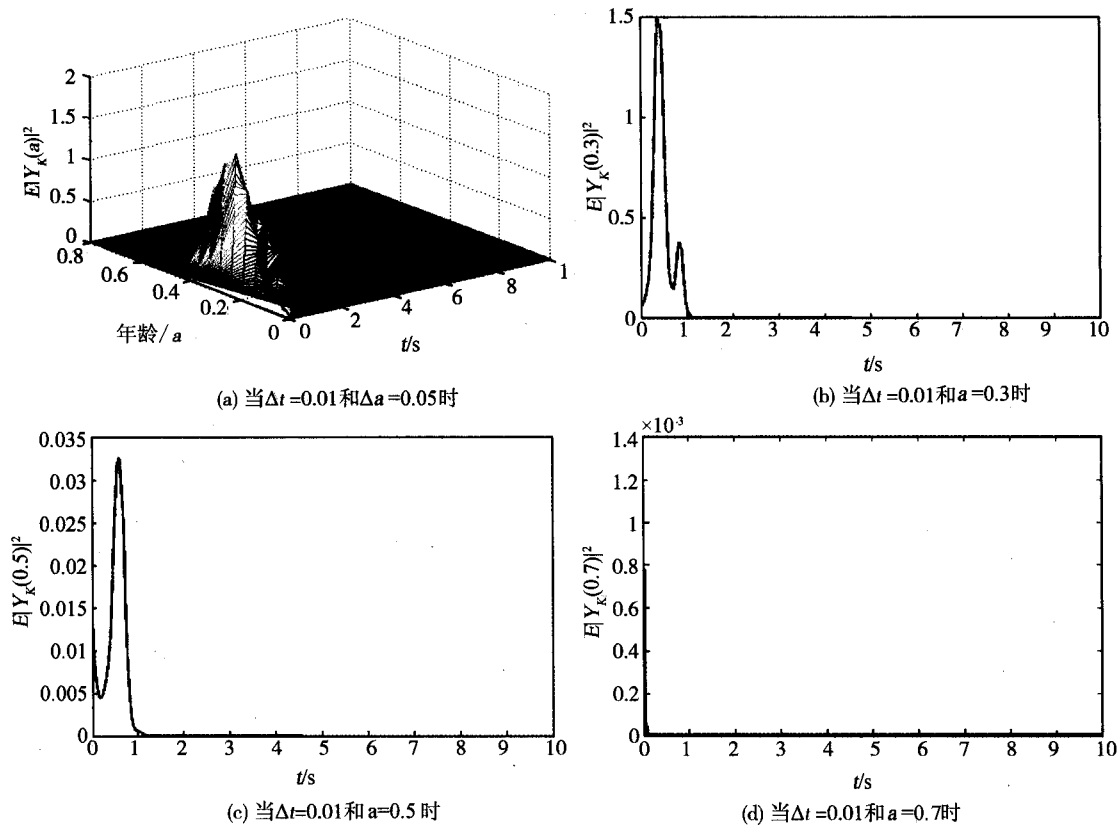


图1 系统(15)~(18)的补偿倒向Euler数值解的均方渐近稳定性

致谢:感谢编委和审稿人提出的宝贵修改意见.

### 参 考 文 献

- [1] 吕淑婷,张启敏. 随机固定资产模型 Split-Step Backward Euler 数值解的几乎必然指数稳定性[J]. 数学的实践与认识, 2015, 45(2): 294-301.
- [2] Shen Fangfang, Zhang Qimin, Yang Hongfu, et al. Existence, Uniqueness and Exponential Stability for Stochastic Fuzzy Age-dependent Capital System[J]. International Journal of Applied Mathematics and Statistics, 2013, 51(21): 356-373.
- [3] 郑来运,张启敏. 一类具有随机扰动的固定资产投资系统强解的存在性和唯一性[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2011(4): 31-35.
- [4] 张圆圆,张启敏,李西宁. 随机固定资产模型有限元降维格式的数值解[J]. 数学的实践与认识, 2013, 43(19): 156-165.
- [5] Zhang Qimin, Rathinasamy A. Convergence of numerical solutions for a class of stochastic age-dependent capital system with random jump magnitudes[J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 219(14): 7297-7305.
- [6] Zhang Qimin, Pang Wankai, Leung Pingkei. Exponential stability of numerical solutions for a class of stochastic age-dependent capital system with Poisson jumps[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2011, 235(12): 3369-3377.
- [7] Zhang Qimin. Convergence of numerical solutions for a class of stochastic age-dependent capital system with Markovian switching[J]. Economic Modelling, 2011, 28: 1195-1201.
- [8] Zhang Qimin, Liu Yating, Li Xining. Strong convergence of split-step backward Euler method for stochastic age-dependent capital system with Markovian switching[J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 235: 439-453.
- [9] Tan Jianguo, Rathinasamy A, Wang Hongli, et al. Strong convergence of the split-step  $\theta$ -method for stochastic age-dependent capital system with random jump magnitudes[J]. Abstract and Applied Analysis, 2014(1): 1-14.
- [10] 石秀明,张启敏,李西宁. 基于 POD 方法具有 Poisson 跳随机种群系统的数值解讨论[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2014, 42(5): 7-15.

- quantum chemical descriptors[J]. *Chemosphere*, 1995, 30(12): 2397-2414.
- [6] 何晓群, 刘文卿. 应用回归分析[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2001.
- [7] 许旋, 罗一帆, 付俊仙. 取代芳烃化合物电子结构与其对发光菌毒性关系的研究[J]. *华南师范大学学报(自然科学版)*, 2003, 3: 98-101
- [8] 吕玉银, 郭伟民, 刘树深, 等. 部分取代芳烃发光菌毒性的 HQSAR 分析[J]. *桂林工学院学报*, 2007, 27(3): 397-400.
- [9] 秦正龙, 蒋忠良. 芳烃类化合物对水生生物急性毒性与其分子结构的定量关系[J]. *华南理工大学学报(自然科学版)*. 2002, 19(11): 97-100.
- [10] 秦正龙. 卤代芳烃对水生生物急性毒性的定量构效关系研究[J]. *环境污染治理技术与设备*, 2005, 6(1): 50-53.
- [11] 堵锡华. 取代芳香族化合物生物活性的拓扑学[J]. *南昌大学学报(理科版)*, 2005, 29(2): 650-655
- [12] 张新兵. 取代芳烃对发光菌急性毒性的 QSAR 研究[J]. *计算机与应用化学*. 2014, 6: 146-151.

## QSAR Between Structure and the Acute Toxicity to Photobacterium Phosphoreum of Chlorinated Organic Compounds

LI Qinling, YANG Yuliang, ZHANG Shengshu

(College of Chemistry and chemical Engineering, Qinghai Nationalities University, Xining 810007, China)

**Abstract:** 80 Chlorinated organic compounds (containing aliphatics, benzenes, toluenes, phenols and anilines) was calculated and the quantum chemical parameters were obtained using ab initio/3-21G in HypeChem7.0, the prediction model was established quantitative relationship between the acute toxicity to Photobacterium phosphoreum of a set of 80 Chlorinated compounds using multiple linear step regression method (MLR). The correlation coefficients of the prediction model were 0.952, With the model, we analysed the mechanism of the acute toxicity of these compounds.

**Keywords:** chlorinated organic compounds; the quantum chemical parameters; the acute toxicity to potobacterium phosphoreum; multiple linear step regression method; ab initio

(上接第 18 页)

- [11] Ma Weijun, Ding Baocang, Yang Hongfu, et al. Mean-square dissipativity of numerical methods for a class of stochastic neural networks with fractional Brownian motion and jumps[J]. *Neurocomputing*, 2015, 166: 256-264.

## Stability of the Compensated Backward Euler Numerical Solution of Stochastic Age-dependent Capital System

LYU Shuting, ZHANG Qimin

(School of Mathematics and Information Science, Beifang University for Nationalities, Yinchuan 750021, China)

**Abstract:** In this paper, we introduce a class of compensated backward Euler methods for stochastic age-dependent capital system. Under the one-sided Lipschitz condition on the drift coefficient and the bounded condition on the diffusion coefficients, we obtain the asymptotic mean-square stability of the compensated backward Euler numerical solution of stochastic age-dependent capital system. Finally, an example is given for verifying the algorithm of this paper.

**Keywords:** stochastic capital system; compensated backward Euler methods; asymptotic stability