

基于体卫融合的青少年特发性脊柱侧弯 微分方程模型建构及分析

张玉华^{1a}, 李海银^{1b}, 毕远宏^{2a,b}

(1.河南财经政法大学 a.体育学院;b.数学与信息科学学院,郑州 450046;2.内蒙古财经大学 a.统计与数学学院;
b.内蒙古经济数据分析与挖掘重点实验室,呼和浩特 010070)

摘要:以体卫融合为切入点,根据青少年特发性脊柱侧弯转变机理构建两个微分方程模型.模型Ⅰ把青少年分为健康者和患有青少年特发性脊柱侧弯两类人群,得到正平衡点渐近稳定的条件.模型Ⅱ把青少年细分为健康者、轻度患者、中度患者和重度患者(需要手术)4类人群,得到3个边界平衡点的稳定性.由微分方程特征方程理论和构造李雅普诺夫函数得到,当运动形成的恢复率和支具形成的恢复率大于转移率时,患有青少年特发性脊柱侧弯的人群(模型Ⅰ)或中度患有青少年特发性脊柱侧弯的人群(模型Ⅱ)都会无限趋向于零,充分体现了运动对青少年特发性脊柱侧弯整体病情的正作用干预.

关键词:青少年特发性脊柱侧弯;体卫融合;微分方程模型;稳定性

中图分类号:O175.13

文献标志码:A

文章编号:1000-2367(2024)05-0101-07

少年强则国强,国家领导人一直关心青少年健康问题,习近平总书记在二十大报告中强调:“加强青少年体育工作,加快建设体育强国.”第八次全国学生体质与健康调研发现6~22岁学生体质健康达标优良率为23.8%,优良率较高的地区为东部经济发达和沿海地区^[1],与往年相比虽然健康达标率有所提升,但不平衡、不均衡现象仍很明显.中国青年报张曼玉^[2]指出中学生脊柱弯曲异常率为2.8%,主要为姿势性弯曲异常.研究指出,高强度的学习压力和缺乏运动、睡眠是造成我国儿童青少年脊柱侧弯发病人数上涨的主要诱因^[3].

青少年特发性脊柱侧弯(adolescent idiopathic scoliosis, AIS)是一种发病于青少年时期、涉及冠状面、矢状面和水平面三维空间的脊柱畸形,占脊柱侧弯总数的80%,有2%~3%青少年患此疾病,女性患病概率是男性的3倍^[4].然而,目前AIS发病机制尚无定论,预防AIS和治疗其直接潜在原因都是不可能的^[5].国际脊柱侧弯研究学会应用Cobb's法测量X射线片中的脊柱侧向弯曲曲线角度,常通过站立位的正位片进行X射线片的拍摄.在医学上常将小于10°Cobb角的青少年归类于健康;[10°,20°)的Cobb角归属于轻度AIS;[20°,40°)的Cobb角归属于中度AIS;大于等于40°Cobb角归为重度AIS.从医学临床来说,轻度AIS重点观察,间隔4~6月进行复查;中度AIS常采用“支具”进行矫正;重度一般采用手术进行治疗.采用“支具”矫正和医学方式进行治疗不利于患儿心理健康,容易加重青少年焦虑、厌烦和恐惧心理,造成注意力不集中,学业成绩下降,治疗依从性差等现象^[6],这时就需要一种辅助手段进行有效干预,加速康复,缓解心理压力.

收稿日期:2023-06-13;**修回日期:**2023-12-17.

基金项目:国家自然科学基金(12062017);河南省科技攻关项目(232102320306);内蒙古自治区自然科学基金(2021ZD01).

作者简介(通信作者):张玉华(1977-),男,河南民权人,河南财经政法大学副教授,研究方向为数字体育、休闲体育,
E-mail:yuhuaazhang4109@163.com.

引用本文:张玉华,李海银,毕远宏.基于体卫融合的青少年特发性脊柱侧弯微分方程模型建构及分析[J].河南师范大学学报(自然科学版),2024,52(5):101-107.(Zhang Yuhua, Li Haiyin, Bi Yuanhong. Construction and analysis of differential equation model for adolescent idiopathic scoliosis based on sports and health integration[J]. Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition), 2024, 52(5): 101-107. DOI: 10.16366/j.cnki.1000-2367.2023.06.13.0004.)

青少年的健康工作已经成为大家比较关注的议题.体卫融合是体育和卫生在技术、人才、设施、信息等多方资源的融合共享.与体医融合相比体卫融合更侧重对健康的促进、防护和控制^[7],更符合人们的主动健康理念,是实现健康中国的重要途径.因此,如何提高青少年身体素质,减少青少年脊柱侧弯成为国内外学者研究的课题.数学模型不仅可以用来研究传染性疾病^[8-11],也可以研究非传染性疾病^[12-16].近年来,对青少年特发性脊柱侧弯的研究很多^[17-18],但从数学的角度,通过构造模型来研究的很少.在文献[19]中,把青少年分为健康者和患有特发性脊柱侧弯的人群,研究了时滞的青少年特发性脊柱侧弯.以时滞为参数,讨论了系统平衡点的稳定性,得到运动对青少年特发性脊柱侧弯的影响.对青少年特发性脊柱侧弯的患者在佩戴支具和运动时,要根据 Cobb 角的大小给出相应的策略,所以在构建模型时需要把青少年人群进行细分.在研究中,把青少年 Cobb 角分为 $[0^\circ, 10^\circ)$ 、 $[10^\circ, 20^\circ)$ 、 $[20^\circ, 40^\circ)$ 和大于等于 40° 共 4 类人群来讨论.运用微分方程,建构运动对青少年脊柱侧弯的干预模型,选用标准发生率来表达疾病青少年特发性脊柱侧弯的发生率,并进行机理分析,旨在为相关学者进行深入研究提供参考.

1 青少年特发性脊柱侧弯运动干预模型建构

先把青少年人群分为健康人群和患有青少年特发性脊柱侧弯两类人群,构建常微分方程模型 I,再根据 Cobb 角把青少年分为健康人群、轻度患者、中度患者和需要手术重度患者 4 类人群,构建常微分方程模型 II,分别研究运动对青少年特发性脊柱侧弯干预效果.

1.1 模型 I

假定青少年总人口数为常数 N ,不考虑人口的出生、死亡、流动等种群动力因素.把青少年分为两类人群,设 $H(t)$ (Health)表示 t 时健康人群的人数(即 Cobb 角小于 10°), $C(t)$ (Cobb 角大于等于 10°)表示 t 时患有青少年特发性脊柱侧弯的人数,则 $H(t) + C(t) = N$. $C(t)$ 经运动和支具治疗恢复后将重新成为 $H(t)$.模型 I 的青少年特发性脊柱侧弯转化机制如图 1 所示.

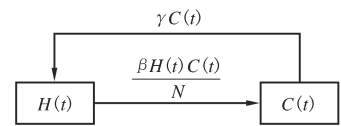


图1 模型 I 转化机制图

Fig. 1 Mechanis transformation diagram of Model I

构建常微分方程模型为

$$\begin{cases} \frac{dH(t)}{dt} = (\alpha + \mu)C(t) - \frac{\beta H(t)C(t)}{N}, \\ \frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta H(t)C(t)}{N} - (\alpha + \mu)C(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中 β 为疾病转化率,疾病的发生率受青少年健康者在总青少年人数中比率 $\frac{H(t)}{N}$ 的影响,为标准发生率

$\frac{\beta H(t)C(t)}{N}$. μ 为由于运动形成恢复率, α 为由于支具形成恢复率. 系统(1)也可改写为

$$\begin{cases} \frac{dH(t)}{dt} = \gamma C(t) - \frac{\beta H(t)C(t)}{N}, \\ \frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta H(t)C(t)}{N} - \gamma C(t), \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\gamma = \alpha + \mu$ 为恢复率,是由运动和支具的共同作用形成的恢复率.

由 $H(t) + C(t) = N$,仅研究其中一类人群即可,可将系统(2)转化为方程

$$\frac{dH(t)}{dt} = \beta_1 (N - H(t))(\rho - H(t)), \quad (3)$$

其中 $\beta_1 = \frac{\beta}{N}$, $\rho = \frac{\gamma N}{\beta}$.令方程(3)的右端为零可以得到:当 $\rho \neq N$ 时,方程(3)有两个正平衡点 $H_1^* = N$,

$H_2^* = \rho$;当 $\rho = N$ 时,方程(3)有唯一平衡点 $H^* = N = \rho$.

由式(3)可得: $\frac{1}{\rho - N} (\frac{1}{N - H(t)} - \frac{1}{\rho - H(t)}) dH(t) = \beta_1 dt$, 两端积分得: $\frac{1}{\rho - N} \ln | \frac{\rho - H(t)}{N - H(t)} | = \beta_1 t + c_2$, 其中 c_2 为任意常数. 整理得: $\frac{\rho - H(t)}{H(t) - N} = c_1 e^{(\rho - N)\beta_1 t}$, $c_1 = \pm e^{c_2(\rho - N)}$, 则

$$H(t) = \frac{\rho + Nc_1 e^{(\rho - N)\beta_1 t}}{1 + c_1 e^{(\rho - N)\beta_1 t}}, \tag{4}$$

即

$$H(t) = \frac{N + c\rho e^{-(\rho - N)\beta_1 t}}{1 + ce^{-(\rho - N)\beta_1 t}}, c = c_1^{-1}. \tag{5}$$

若 $\rho > N$, 由式(5) 可得, 当 $t \rightarrow +\infty$ 时, $e^{-(\rho - N)\beta_1 t} \rightarrow 0$, 则 $H(t) \rightarrow N$ 即平衡点 $H_1^* = N$ 渐近稳定.

若 $\rho < N$, 由式(4) 可得, 当 $t \rightarrow +\infty$ 时, $e^{(\rho - N)\beta_1 t} \rightarrow 0$, 则 $H(t) \rightarrow \rho$ 即平衡点 $H_2^* = \rho$ 渐近稳定.

若 $\rho = N$, 在方程(3) 的基础上分析, 可得 $\frac{1}{\rho - H(t)} = \beta_1 t + c$, 其中 c 为任意常数. 整理得: $H(t) = \rho - \frac{1}{\beta_1 t + c}$. 当 $t \rightarrow +\infty$ 时, $H(t) \rightarrow \rho$. 即平衡点 $H_2^* = \rho = N$ 渐近稳定.

令 $R_0 = \frac{N}{\rho}$, 由以上分析有下面结论.

定理 1 1) 当 $R_0 < 1$, 即 $\rho > N$ 时, 模型(2) 的正平衡点 $H_1^* = N$ 渐近稳定; 2) 当 $R_0 > 1$, 即 $\rho < N$ 时, 模型(2) 的正平衡点 $H_2^* = \rho$ 渐近稳定; 3) 当 $R_0 = 1$, 即 $\rho = N$ 时, 模型(2) 的唯一平衡点 $H^* = N = \rho$ 渐近稳定.

1.2 模型 II

在模型(2) 的基础之上, 仍然把 Cobb 角为 $[0^\circ, 10^\circ)$ 记为健康人群, 把患有青少年特发性脊柱侧弯的人群 $C(t)$ 分为 3 类: Cobb 角为 $[10^\circ, 20^\circ)$ 的轻度患者人数记为 $C_1(t)$; Cobb 角为 $[20^\circ, 40^\circ)$ 的中度患者人数记为 $C_2(t)$; Cobb 角大于等于 40° 为需要手术的重度患者人数记为 $S(t)$ (Surgery). 改进后的青少年特发性脊柱侧弯模型 II 的转化机制如图 2 所示.

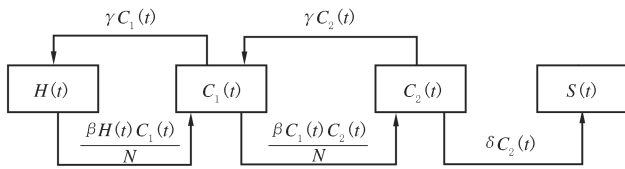


图2 模型 II 转化机制图

Fig.2 Mechanism transformation diagram of Model II

改进后的常微分方程模型为

$$\begin{cases} \frac{dH(t)}{dt} = \gamma C_1(t) - \frac{\beta H(t) C_1(t)}{N}, \\ \frac{dC_1(t)}{dt} = \frac{\beta H(t) C_1(t)}{N} - \frac{\beta C_1(t) C_2(t)}{N} - \gamma C_1(t) + \gamma C_2(t), \\ \frac{dC_2(t)}{dt} = \frac{\beta C_1(t) C_2(t)}{N} - \gamma C_2(t) - \delta C_2(t), \\ \frac{dS(t)}{dt} = \delta C_2(t). \end{cases} \tag{6}$$

从模型(6) 可以看出, $S(t)$ 不影响 $H(t), C_1(t)$ 和 $C_2(t)$ 的动力性质, 可以只研究模型(6) 的前 3 个方程, 即

$$\begin{cases} \frac{dH(t)}{dt} = \gamma C_1(t) - \frac{\beta H(t) C_1(t)}{N}, \\ \frac{dC_1(t)}{dt} = \frac{\beta H(t) C_1(t)}{N} - \frac{\beta C_1(t) C_2(t)}{N} - \gamma C_1(t) + \gamma C_2(t), \\ \frac{dC_2(t)}{dt} = \frac{\beta C_1(t) C_2(t)}{N} - \gamma C_2(t) - \delta C_2(t). \end{cases} \tag{7}$$

为求系统(7)的平衡点,解代数方程组

$$\begin{cases} \gamma C_1(t) - \frac{\beta H(t)C_1(t)}{N} = 0, \\ \frac{\beta H(t)C_1(t)}{N} - \frac{\beta C_1(t)C_2(t)}{N} - \gamma C_1(t) + \gamma C_2(t) = 0, \\ \frac{\beta C_1(t)C_2(t)}{N} - \gamma C_2(t) - \delta C_2(t) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

可得系统(7)的 3 个平衡点: $E_1(\frac{\gamma N}{\beta}, C_1(0), 0)$, $E_2(\frac{\gamma N}{\beta}, \frac{\gamma N}{\beta}, 0)$, $E_3(H_0, 0, 0)$, 其中 $C_1(0), H_0$ 分别为 $C_1(t), H(t)$ 的初始值. 下面开始讨论这 3 个平衡点的稳定性.

系统(7)在平衡点 $E(H(t), C_1(t), C_2(t))$ 的雅可比矩阵为

$$J|_{E(H(t), C_1(t), C_2(t))} = \begin{pmatrix} -\beta C_1(t)/N & \gamma & 0 \\ \beta C_1(t)/N & (\beta H(t))/N - (\beta C_2(t))/N - \gamma & \gamma - (\beta C_1(t))/N \\ 0 & \beta C_2(t)/N & \beta C_1(t)/N - \gamma - \delta \end{pmatrix}.$$

先讨论平衡点 $E_1(\frac{\gamma N}{\beta}, C_1(0), 0)$, 有

$$J|_{E_1} = \begin{pmatrix} -\beta C_1(0)/N & \gamma & 0 \\ \beta C_1(0)/N & 0 & \gamma - \beta C_1(0)/N \\ 0 & 0 & \beta C_1(0)/N - \gamma - \delta \end{pmatrix},$$

所以特征方程为 $(\lambda - \frac{\beta C_1(0)}{N} + \gamma + \delta)(\lambda^2 + \frac{\beta C_1(0)}{N}\lambda + \frac{\gamma\beta C_1(0)}{N}) = 0$, 特征根为 $\lambda_1 = \frac{\beta C_1(0)}{N} - \gamma - \delta$, $\lambda_2 = \frac{1}{2}[-\frac{\beta C_1(0)}{N} + \sqrt{(\frac{\beta C_1(0)}{N})^2 + 4\frac{\gamma\beta C_1(0)}{N}}]$, $\lambda_3 = \frac{1}{2}[-\frac{\beta C_1(0)}{N} - \sqrt{(\frac{\beta C_1(0)}{N})^2 + 4\frac{\gamma\beta C_1(0)}{N}}]$. 由于 $\lambda_2 > 0$, 存在一个特征值大于零, 因此平衡点 E_1 不稳定.

同样的方法可得平衡点 $E_2(\frac{\gamma N}{\beta}, \frac{\gamma N}{\beta}, 0)$ 的特征值为 $\lambda_1 = -\delta < 0$, $\lambda_2 = \frac{\gamma}{2}(-1 + \sqrt{3}i)$, $\lambda_3 = \frac{\gamma}{2}(-1 - \sqrt{3}i)$. 由于特征值负实部均小于零, 因此平衡点 E_2 渐近稳定.

最后讨论平衡点 E_3 , 同讨论 E_1, E_2 一样的方法可得其特征值为 $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -\gamma - \delta$, $\lambda_3 = \frac{\beta H_0}{N} - \gamma$. 因特征值中存在 $\lambda_1 = 0$, 则系统(7)不能用线性化后的系统来判定 E_3 的稳定性. 用构造李雅普诺夫函数的方法来研究系统(7)中 E_3 的稳定性.

令 $V(t) = |H(t) - H_0| + C_1(t) + C_2(t)$.

当 $H(t) > H_0$ 时, $\frac{dV(t)}{dt} = \frac{dH(t)}{dt} + \frac{dC_1(t)}{dt} + \frac{dC_2(t)}{dt} = -\delta C_2(t) < 0$.

当 $H(t) < H_0$ 时, $\frac{dV(t)}{dt} = -\frac{dH(t)}{dt} + \frac{dC_1(t)}{dt} + \frac{dC_2(t)}{dt} = -\delta C_2(t) + 2(\frac{\beta H(t)}{N} - \gamma)C_1(t)$. 因 $\frac{H(t)}{N} \leq$

1, 若 $\beta < \gamma$ 则 $\frac{dV(t)}{dt} \leq -\delta C_2(t) < 0$.

当 $H(t) = H_0$ 时, $\frac{dV(t)}{dt} = \frac{dC_1(t)}{dt} + \frac{dC_2(t)}{dt} = -\delta C_2(t) + (\frac{\beta H(t)}{N} - \gamma)C_1(t)$. 因 $\frac{H(t)}{N} \leq 1$, 若 $\beta < \gamma$

则 $\frac{dV(t)}{dt} \leq -\delta C_2(t) < 0$.

因此, 由以上分析可得当 $\beta < \gamma$ 时, 平衡点 E_3 渐近稳定. 即有如下结论.

定理 2 当 $\beta < \gamma$ 时, 系统(7)的平衡点 $E_3(H_0, 0, 0)$ 渐近稳定.

2 分析与讨论

2.1 运动对 AIS 干预的准备

当前青少年因学业压力长期坐多动少,致使脊柱发育不完全、脊柱两侧肌肉肌力不平衡、脊柱内部关节活动度较大等问题,是导致 AIS 出现的直接原因,再加上坐姿不端正等综合因素的影响使青少年脊柱异常率居高不下。当前国家已经关注到青少年健康问题,并推出一系列的政策为青少年健康保驾护航,比如:规范课外培训,安排大课间体育活动,每周不能少于 2 节体育课,体育课不能被占用等。从模型 I 的定理 1 可以看出恢复率 γ 和转移率 β 的大小关系会影响 AIS 病情整体情况。

注 1 $H_1^* = N$ 渐近稳定,即随着时间 t 的不断增大, $H(t)$ 将不断增加趋向于 N ,从而 $C(t)$ 将不断减少而趋于 0, $(H(t), C(t))$ 最终趋向于 $(N, 0)$,也就是患有特发性脊柱侧弯人群趋向于零。所以当 $R_0 < 1, \rho = \frac{\gamma N}{\beta} > N$,即恢复率 γ 大于转移率 β ,特发性脊柱侧弯不会一直在青少年中存在。

注 2 $H_2^* = \rho$ 渐近稳定,也就是说,任一从 $H_0 \in (0, N)$ 出发的 $H(t)$ 均随 t 的增大而趋向于 ρ ,从而 $C(t) \rightarrow 1 - \rho$ 。这时特发性脊柱侧弯会一直在青少年中存在,最终保持在 $1 - \rho$ 的数量。所以当 $R_0 > 1, \rho = \frac{\gamma N}{\beta} < N$,即恢复率 γ 小于转移率 β ,特发性脊柱侧弯会一直在青少年中存在。

注 3 在模型 I 中, $R_0 = \frac{N}{\rho} = 1$ 是区分特发性脊柱侧弯是否长期存在青少年中的阈值。当 $R_0 < 1$ 时,特发性脊柱侧弯逐渐消失;当 $R_0 > 1$ 时,特发性脊柱侧弯会一直存在。

注 4 当恢复率 γ 大于转移率 β ,是人们所希望看到的情形。在模型(2)中, $\gamma = \alpha + \mu$,在这里可以把支具对恢复率的影响 α 看作常数,影响 γ 的只有参数 μ ,即由于运动对恢复率的影响。

由此得到运动对青少年特发性脊柱侧弯整体态势的重要性。但运动干预的安全性和 AIS 患者依从性高低是运动干预的关键因素。因此制定科学的运动处方,采用科学、有效的干预方法,提高 AIS 患者有效干预的依从性是干预是否有效的关键。干预前应对青少年进行身体健康评估和脊柱 X 射线检查。首先依据脊柱弯曲度制作合适的支具,其次根据青少的运动能量和脊柱弯曲情况制定运动处方,做到“一人一具”和“一人一方”,必要时进行心理健康检查。

2.2 运动对 AIS 有效干预的实施

在运动干预的实施过程中,应对青少年身体的运动承受能力和在支具佩戴过程中青少年的心理承受情况等方面进行实时监控,关注其承受程度,适时调整干预手段,以期达到预期目标。所以在模型构建中也需要对 AIS 进行细分,这就是模型 II 的构建思路。结合 1.2 中模型 II 的讨论和 Routh Hurwitz 准则^[20],总结如下。

1) 系统(7)的平衡点 $E_1(\gamma N/\beta, C_1(0), 0)$ 不稳定。也就是说,当 $t \rightarrow +\infty$ 时,从 E_1 邻域内出发的轨线 $(H(t), C_1(t), C_2(t))$ 会远离 $E_1(\gamma N/\beta, C_1(0), 0)$ 。

2) 系统(7)的平衡点 $E_2(\gamma N/\beta, \gamma N/\beta, 0)$ 是渐近稳定的。也就是说,当 $t \rightarrow +\infty$ 时,从 E_2 邻域内出发的轨线 $(H(t), C_1(t), C_2(t))$ 将无限趋近于 $(\gamma N/\beta, \gamma N/\beta, 0)$ 。即在不需要运动和支具的介入情况下,健康者人数 $H(t)$ 和轻度患者人数 $C_1(t)$ 都为 $\gamma N/\beta$,中度患者人数 $C_2(t)$ 将趋向于 0。

3) 当 $\beta < \gamma$ 时,系统(7)的平衡点 $E_3(H_0, 0, 0)$ 是渐近稳定的。也就是说,当 $t \rightarrow +\infty$ 时,从 E_3 邻域内出发的轨线 $(H(t), C_1(t), C_2(t))$ 将无限趋近于 $(H_0, 0, 0)$ 。即在恢复率 γ 大于转移率 β 的条件下,健康者的人数 $H(t)$ 将无限趋近于初始值 H_0 ,轻度患者的人数 $C_1(t)$ 和中度患者的人数 $C_2(t)$ 都将无限接近于 0。

模型(7)无正平衡点,只有 3 个边界平衡点 $E_1(\gamma N/\beta, C_1(0), 0)$ 、 $E_2(\gamma N/\beta, \gamma N/\beta, 0)$ 和 $E_3(H_0, 0, 0)$,说明在运动和支具的双重作用下,当时间 t 趋向于无穷时, $(H(t), C_1(t), C_2(t))$ 会无限趋向于 HOC_1 平面,青少年特发性脊柱侧弯不会成为地方病长期存在。通过上面总结 2)、3),可以得到在模型(7)中当中度患者的人数 $C_2(t)$ 都将无限接近于 0 时,从模型(6)的第 4 个方程 $\frac{dS(t)}{dt} = \delta C_2(t)$ 看出, $S(t)$ 将不再增加。这样整个 AIS 病情会得到缓解。

因此,运动在 AIS 整个康复过程中起着积极的作用,这是因为青少年正处于骨骼生长的高峰期,在 AIS 的治疗和康复过程中辅以一些运动方式进行辅助和干预,可选择性地加强侧弯脊柱旁的肌肉力量,使两侧肌力达到平衡,可延缓轻度 AIS 患者侧弯畸形进展,提高骨密度,改善肺功能,缩短治疗时间^[21],提高患者对运动干预的依从性,达到矫正的目的。

2.3 运动对 AIS 干预的完善

在每次运动干预结束后,要对青少年患者的身体情况和心理感受进行记录,进行归纳总结,并根据青少年的反馈对运动处方做出适时调整和完善,提高干预效果,将风险做到可控,提高青少年的自控能力,同时做好情绪管理,家长、教练和医护人员要多给予支持、鼓励和安抚。

3 结 语

我国体卫融合政策的实施尚处于探索阶段,本文针对非传染性疾病青少年特发性脊柱侧弯 AIS,把研究对象青少年分为健康者和患有 AIS 这两类人群,且 AIS 发生率采用标准发生率 $\frac{\beta H(t)C(t)}{N}$ 构建了模型 I;把青少年分为健康者、轻度、中度和重度需要手术患者共 4 类人群,构建了模型 II,实际研究对象为健康者、轻度和中度患者。模型 I 有两个或一个正平衡点,时间趋向于无穷时,若恢复率 γ 大于转移率 β ,则不存在患有 AIS 的青少年。模型 II 无正平衡点,有 3 个边界平衡点;用微分方程特征方程理论得到 E_1 不稳定和 E_2 渐近稳定,用构造李雅普诺夫函数得到 E_3 。在条件 $\gamma > \beta$ 下渐近稳定。通过两个模型的研究充分体现了运动对青少年特发性脊柱侧弯整体病情正作用的影响,这些对体卫融合政策的具体实施和实践有一定的指导意义。

参 考 文 献

- [1] 央视新闻网.第八次全国学生体质与健康调研结果发布:我国学生体质健康达标优良率逐渐上升[EB/OL].[2023-08-03].<http://m.news.cctv.com/2021/09/03/ARTIuhlFwq5Od0HVEr8ADTnH210903.shtml>.
- [2] 张曼玉.中小学生脊柱弯曲异常检出率 2.8%,防控产品有效吗?[EB/OL].[2023-05-12]<https://baijiahao.baidu.com/s?id=1705144392756341638&wfr=spider&for=pc>.
- [3] 陈玉娟,李立,杨惠玲,等.石家庄儿童脊柱侧弯现状及影响因素分析[J].中国学校卫生,2021,42(11):1674-1678.
CHEN Y J,LI L,YANG H L,et al.Current status and influencing factors of scoliosis of children in Shijiazhuang[J].Chinese Journal of School Health,2021,42(11):1674-1678.
- [4] 田飞,杨一帆,丁桃.青少年脊柱侧凸的生物力学因素相关性研究[J].中国康复理论与实践,2018,24(4):453-456.
TIAN F,YANG Y F,DING T.Correlation between adolescent scoliosis and biomechanical factors[J].Chinese Journal of Rehabilitation Theory and Practice,2018,24(4):453-456.
- [5] 张玉芳,吕蒙,梅钊.青少年脊柱侧弯全脊柱生物力学模型的构建及验证[J].中国组织工程研究,2022,26(9):1351-1356.
ZHANG Y F,LYU M,MEI Z.Construction and verification of a full spine biomechanical model of adolescent scoliosis[J].Chinese Journal of Tissue Engineering Research,2022,26(9):1351-1356.
- [6] GALLANT J N,MORGAN C D,STOKLOSA J B,et al.Psychosocial difficulties in adolescent idiopathic scoliosis:body image,eating behaviors,and mood disorders[J].World Neurosurgery,2018,116:421-432.
- [7] 张玉华.新发展阶段我国体卫融合养老服务模式构建与保障机制研究[J].沈阳体育学院学报,2023,42(5):76-83.
ZHANG Y H.Construction and guarantee mechanisms of China's sports and health integrated elderly care service model in new development stage[J].Journal of Shenyang Sport University,2023,42(5):76-83.
- [8] RUAN S G,WANG W D.Dynamical behavior of an epidemic model with a nonlinear incidence rate[J].Journal of Differential Equations,2003,188(1):135-163.
- [9] PENG R.Asymptotic profiles of the positive steady state for an SIS epidemic reaction-diffusion model.Part I[J].Journal of Differential Equations,2009,247(4):1096-1119.
- [10] CUEVAS E.An agent-based model to evaluate the COVID-19 transmission risks in facilities[J].Computers in Biology and Medicine,2020,121:103827.
- [11] BARBER S J,KIM H.COVID-19 worries and behavior changes in older and younger men and women[J].The Journals of Gerontology Series B,Psychological Sciences and Social Sciences,2021,76(2):e17-e23.
- [12] PARVIN T,ALI BISWAS M H,DATTA B K.Mathematical analysis of the transmission dynamics of skin cancer caused by UV radiation [J].Journal of Applied Mathematics,2022,2022:5445281.

- [13] BESSE A, CLAPP G D, BERNARD S, et al. Stability analysis of a model of interaction between the immune system and cancer cells in chronic myelogenous leukemia[J]. *Bulletin of Mathematical Biology*, 2018, 80(5): 1084-1110.
- [14] FEARS T R, SCOTTO J, SCHNEIDERMAN M A. Mathematical models of age and ultraviolet effects on the incidence of skin cancer among whites in the United States[J]. *American Journal of Epidemiology*, 1977, 105(5): 420-427.
- [15] SHORE R E. Radiation-induced skin cancer in humans[J]. *Medical and Pediatric Oncology: The Official Journal of the American Association for Cancer Education*, 2001, 36(5): 549-554.
- [16] BHARATH A K, TURNER R J. Impact of climate change on skin cancer[J]. *Journal of the Royal Society of Medicine*, 2009, 102(6): 215-218.
- [17] NEGRINI S, DONZELLI S, AULISA A G, et al. 2016 SOSORT guidelines: orthopaedic and rehabilitation treatment of idiopathic scoliosis during growth[J]. *Scoliosis and Spinal Disorders*, 2018, 13: 3.
- [18] 中华预防医学会脊柱疾病预防与控制专业委员会, 中华预防医学会体育运动与健康分会, 体医融合指导下的青少年特发性脊柱侧弯运动疗法的实施路径[J]. *中国预防医学杂志*, 2023, 24(1): 7-14.
Chinese Preventive Medicine Association, Spinal Disease Prevention and Control Committee; Chinese Preventive Medicine Association, Sports Exercise and Population. Implementation pathway of exercise therapy for adolescent idiopathic scoliosis guided by sports and medicine integration: based on expert consensus[J]. *Chinese Preventive Medicine*, 2023, 24(1): 7-14.
- [19] ZHANG Y H, LI H Y. Stability analysis of a mathematical model for adolescent idiopathic scoliosis from the perspective of physical and health integration[J]. *Symmetry*, 2023, 15(8): 1609.
- [20] MA Z E, ZHOU Y C. Qualitative and stability methods for ordinary differential equation[M]. Beijing: Science Press, 2013: 174-198.
- [21] 靳梦蝶, 周璇, 李欣, 等. 特定运动疗法对特发性脊柱侧弯的效果[J]. *中国康复理论与实践*, 2022, 28(7): 841-847.
JIN M D, ZHOU X, LI X, et al. Effects of scoliosis-specific exercise therapy on idiopathic scoliosis[J]. *Chinese Journal of Rehabilitation Theory and Practice*, 2022, 28(7): 841-847.

Construction and analysis of differential equation model for adolescent idiopathic scoliosis based on sports and health integration

Zhang Yuhua^{1a}, Li Haiyin^{1b}, Bi Yuanhong^{2a,b}

(1. a. Institute of Physical Education; b. Department of Mathematics and Information, Henan University of Economics and Law, Zhengzhou 450046, China; 2. a. School of Statistics and Mathematics; b. Inner Mongolia Key Laboratory for Economic Date Analysis and Mining, Inner Mongolia University of Finance and Economics, Hohhot 010070, China)

Abstract: In this paper, sports and health integration is taken as the entry point, we construct two differential equation models basing on the transformation mechanism of adolescent idiopathic scoliosis. Model I divides adolescents into two groups: healthy individuals and those with adolescent idiopathic scoliosis, and obtains the condition for asymptotic stability of the positive equilibrium. Model II divides adolescents into four groups: healthy individuals, mild patients, moderate patients, and severe patients (requiring surgery), and obtains the stability of three boundary equilibria. By the theory of characteristic equation for differential equations and constructing Lyapunov function, it is found that when the recovery rate formed by exercise and the recovery rate formed by braces are greater than the transfer rate, the population with adolescent idiopathic scoliosis (Model I) or the population with moderate adolescent idiopathic scoliosis (Model II) will infinitely approach zero. This fully reflects the positive effect of exercise intervention on the overall condition of adolescent idiopathic scoliosis.

Keywords: adolescent idiopathic scoliosis; sports and health integration; differential equation model; stability

[责任编辑 陈留院 赵晓华]