

LAMOST-K2 天区矮星参数和 APOGEE 参数的比较

付建宁, 张汝媛

(北京师范大学 天文系, 北京 100875)

摘要:近十几年,越来越多的地面光谱巡天项目与空间测光数据结合用于研究星系和恒星.相关地面观测数据主要来自于如 APOGEE, Gaia-ESO, GALAH, RAVE 和 LAMOST 等项目.这些数据被用来获取准确的恒星大气参数和化学元素丰度.以上这些巡天项目的成功主要依赖于高效的光谱获取能力,以及所提供的高精度恒星参数.利用恒星光谱数据可以得到它们的有效温度、表面重力加速度、金属丰度和多种化学元素的丰度.基于这些恒星参数,可以估计确定恒星的质量和半径.这些参数有助于研究银河系的形成和演化.此外可靠的恒星质量和半径对于探测系外行星及其宿主星的性质有重要意义.比较两个数据库之间恒星参数可有效地估计光谱数据的质量,及了解不同数据库恒星参数的偏差.研究结果对改进光谱分析软件有重要作用.

关键词:LAMOST; K2; 光谱巡天; 恒星基本参数

中图分类号:P144

文献标志码:A

当代天文学是巡天数据的时代.从斯隆巡天项目^[1]开始,越来越多的大型项目针对不同天体的巡天,揭示了宇宙大尺度结构和星系的形成和演化等问题.例如,运用大数据对超新星的研究加深了对暗能量和宇宙大尺度结构的认识^[2];描绘了银晕、银盘和银心复杂的运动学和化学特征^[3-4];此外,大数据对理解行星的形成也起到了关键性作用^[5].

由于没有光谱数据,大部分恒星没有可靠的基本参数.大规模光谱巡天项目的诞生,提供了确定海量恒星大气参数的途径.数十万颗恒星的大气参数和元素丰度数据已被用于天文学研究中.大型项目的成功很大程度上依赖于观测数据的质量和所提供参数的可靠性.光谱分析软件系统可从恒星光谱数据中获取它们的有效温度(T_{eff})、表面重力加速度(g)、金属丰度($[Fe/H]$)和视向速度(V_r)等参数.将这些光谱参数与空间望远镜高精度的时序测光数据相结合,可在最大程度上挖掘巡天数据中的科学信息.

我国自行设计和建造的大天区面积多目标光纤光谱望远镜: LAMOST(Large Sky Area Multi-Object Fiber Spectroscopy),是一个新型的大视场、兼大口径施密特主动光学望远镜,又称郭守敬望远镜.该望远镜位于河北的兴隆观测站(东经 7 h 50 min, 北纬 40°23'),海拔为 960 m^[6],其有效口径约为 4 m,视场约为 20 平方度(约 8.9×10^{-4} sr).第一期巡天的光谱分辨率 $R=1\ 800$,一次曝光可同时获取 4 000 个目标的光谱.它是具有高效光谱采集率的望远镜,是目前天体光谱获取率最高的仪器.

LAMOST 的科学目标包括银河系内(LEGUE)和河外(LEGAS)的天体.河内巡天主要由三部分组成,即反银心方向、反银心方向外的银盘和银晕.LAMOST 高效的光谱获取效率使它可以为空间望远镜提供强有力的地面观测支持,这也为空间和地面观测数据结合提供了前所未有的优势.

本文将分析 LAMOST 与 APOGEE 的 Kepler 二期天区的共同观测目标,比较利用 LAMOST 低分辨率光谱数据获取的恒星有效温度(T_{eff}),表面重力加速度(g)和金属丰度($[Fe/H]$)与从 APOGEE 高分辨率光谱得到的相应参数.

收稿日期:2018-05-03; **修回日期:**2018-05-17.

基金项目:国家自然科学基金(11673003);科技部重大科学研究计划(2014CB845700)子课题.

作者简介(通信作者):付建宁(1966-),男,北京人,北京师范大学教授,博士生导师,研究方向为恒星脉动与星震学.

E-mail:jnfy@bnu.edu.cn.

1 LAMOST 和 K2 项目

Kepler 卫星由美国国家航空航天局(NASA)发射,是一架直径为 0.95 m,视场为 109 平方度(约 4.9×10^{-3} sr)的施密特望远镜,Kepler 望远镜自 2009 年运行以来,对天鹅座和天琴座之间的天区进行了为期 5 年的观测,提供了高精度的时序测光数据.Kepler 运行 4 年之后由于卫星的仪器故障,从 2014 年开始了 K2 项目.K2 项目是 Kepler 项目的第二阶段,其观测天区由分布在黄道面的 20 个天区组成,每一个子天区称为一个 Campaign.K2 对每个子天区进行为期 80 天的持续测光观测.

由于 K2 项目的特殊性,其观测天区分布于银河系从南到北的区域观测源的类型较多,分布范围宽.这为恒星及星系的研究提供了来自银河系多个部分和各年龄段的数据样本.K2 的输入星表支持各科学工作者提供各自的观测目标.K2 项目中包括:年轻疏散星团、亮星、星系、超新星、星震学等在内多种科学目标.和 Kepler 一样,K2 提供 30 min 的长曝光测光数据和 1 min 短曝光数据.每年可获得约 40 000 颗恒星的测光数据^[7].

K2 的输入星表分为 2 种类型.第一类为“Comprehensive catalog”.此类星表包含了 K2 项目中部分观测源的基本信息,但这部分恒星的参数不够可靠.第二类为“Missing targets”,是天文工作者提供的候选观测源.此类星表缺少恒星参数等基本信息.因此,利用其他光谱巡天项目确定这 2 类星表中恒星的参数,对 K2 天区恒星的研究至关重要.我国 LAMOST 的光谱数据可以为该工作提供强有力的支持.

LAMOST 由反射施密特改正板 MA、球面主镜 MB 和焦面 3 部分构成是具有高效采集率的望远镜.目前 LAMOST 有 2 种类型的光谱,低分辨率($R \sim 1800$)和中分辨率光谱($R \sim 7500$).低分辨率模式的观测波长范围覆盖 370~900 nm,曝光 1.5 h 以后可观测到 18.5 等的恒星,共有 4 000 根光纤放置在直径为 1.75 m 的焦平面上.

由于 LAMOST 观测效率高,它已成为北半球为空间望远镜提供地面支持最有力的大型设备.从 2015 年底,LAMOST 正式开始针对 K2 项目的天区观测.由于 LAMOST 的地理位置,它只能观测到 K2 项目的天区中纬度高于 -10° 的天区.到目前为止,LAMOST 已对 K2 的 8 个子天区($C_0, C_1, C_5, C_8, C_{10}, C_{14}, C_{16}$)作了观测,由于 K2 项目中的目标源大多是亮星,目标天区和观测源数量多,科学目标丰富,其中很多观测源已有较为可靠的恒星参数,找到不同巡天项目在 K2 天区的共同源将为 LAMOST 的恒星参数评估提供极好样本.结合 K2 的高精度测光数据,这些数据为大型巡天项目参数之间的比较提供了得天独厚的样本^[8].

到 2017 年 6 月,LAMOST 已经完成了为期 5 年的第一期光谱巡天任务,获得了超过 900 万条的光谱数据,其中信噪比大于 10 的高质量光谱超过了 725 万条,得到了约 492 万组恒星参数.目前 LAMOST 已经对国内天文学家发布了第 5 次数据 DR5,第 5 次发布的数据包括了用最新版本的自动光谱分析系统处理的从 2011 年巡天项目开始到最新的观测数据.LAMOST 数据库已成为世界上最大的恒星光谱数据库.

2 LAMOST-K2 天区恒星参数的校准

2.1 LAMOST-K2 项目与 APOGEE 项目的共同观测源

斯隆望远镜坐落在美国新墨西哥州南部海拔 2 700 m 的高山上,其主镜直径 2.5 m,次镜直径 1.08 m,有 2 个改正镜.斯隆望远镜从建成以来致力于探索天文学的基本问题,其科学研究目标囊括了宇宙大尺度结构到银河系的形成和演化等问题.斯隆望远镜将为目前的理论提供可靠的观测支持.目前斯隆正在执行第 4 期巡天.其中的 APOGEE 项目开始于 2011 年,是斯隆巡天计划的子项目之一.APOGEE 目前已经获得了几十万颗天体的高分辨率光谱数据,它的分辨率约为 22 500,具有高信噪比(S/N 约为 100).光谱的波长覆盖范围主要集中在 H 波段,1.51~1.70 μm ,其观测目标分布于银河系的各部分^[9].APOGEE 的主要科学目标是利用高分辨率光谱数据结合星系动力学和金属丰度来构建银河系图像.它的数据库中包括了 T_{eff} , $\lg(g/g_{\text{sun}})$ (g_{sun} 为太阳表面重力加速度), $[M/H]$ 等恒星大气参数,以及 $[\alpha/M]$ 等十几种元素的丰度信息.目前斯隆已释放了第 14 次数据.已发布的 DR14 数据与 DR13 的类似,但是 DR14 中包括了河外星系数据,并且包括了之前已释放的所有数据,且 DR14 中所有数据都经最新的光谱分析软件处理.由于 APOGEE 观测

波段主要集中于红端 H 波段,观测目标以巨星为主.本工作主要对 Kepler 天区中 LAMOST 与 APOGEE 共同的观测目标进行参数比较.

为了确保恒星参数的可靠性,本工作对所有被选择的数据样本作了初步筛选.对于 LAMOST 数据选择观测光谱 i 波段信噪比 $S/N_i > 20$ 的目标,而在 APOGEE 数据中选择信噪比 $S/N > 100$ 的恒星.在两数据库中挑选数据质量较好的观测目标作为共同源证认,当两数据库中恒星的赤经(RA)和赤纬(DEC)差距在 $3'$ 误差以内认作共同源,在 LAMOST 观测的 8 个 K2 天区中,符合以上选择标准的共同源一共有 5 785 个.本工作主要讨论 LAMOST 星表中 $\lg(g/g_{\text{sun}}) > 3.5$ dex 的与 APOGEE 的共同源比较结果^[10-11].该样本共有 242 颗恒星.

2.2 有效温度的比较

有效温度的确定有很多种方法.对于高分辨率光谱,有效温度可以利用激发平衡得到.这个方法要求中性铁线的激发势和 Fe 丰度之间无关.由于每个能级的粒子数是有效温度(T_{eff})的函数,如果错误估计了有效温度,则 Fe 元素丰度将与激发势有一定的相关性,即对有效温度的错误估计将导致 Fe 元素丰度依赖于激发势^[12].

另一种估计有效温度的方法是测流量方法.根据斯特藩-玻尔兹曼关系式可以直接计算得到恒星的有效温度,但是这个方法一般只用于对太阳有效温度的计算^[13].对于大多数恒星,它们的有效温度和其他恒星基本参数无法通过直接法得到.在本研究工作中,选用斯隆利用高分辨率光谱得到的恒星参数与 LAMOST DR5 释放的数据进行比较,并对 DR5 释放的恒星参数质量进行估计.

Chen 等^[14]发现 LAMOST 得到的恒星参数与 APOGEE 得到的表面重力加速度(g)和金属丰度($[\text{Fe}/\text{H}]$)之间存在较为明显的系统误差.斯隆第 14 次释放数据和 LAMOST 第 5 次释放数据的光谱处理和分析软件都得到了改进.图 1 给出了 LAMOST 和 APOGEE 共同源的有效温度统计图,其中红色曲线是对 APOGEE 数据的统计结果,而蓝色数据是 LAMOST 有效温度的统计结果.APOGEE 样本的有效温度范围在 4 000~5 600 K 之间,温度的峰值大约分布在 4 800~5 300 K,而 LAMOST 样本的温度范围分布在 4 500~6 600 K 之间,峰值在 4 800~4 900 K.从图 1 中可以看出,LAMOST DR5 和 APOGEE DR14 两者的有效温度峰值之间无明显系统差,但在 4 000~4 500 K 和 5 500~6 500 K 温度范围之间两者的温度有较明显的系统差.

图 2 是两数据库之间有效温度的比较结果,两者之间存在如下关系

$$T_{\text{eff,LAMOST}} = 0.856 T_{\text{eff,APOGEE}} + 761.35 \text{ K.} \quad (1)$$

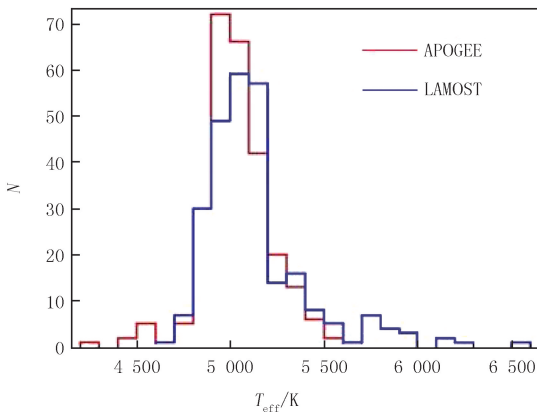


图 1 APOGEE 和 LAMOST 样本的有效温度分布

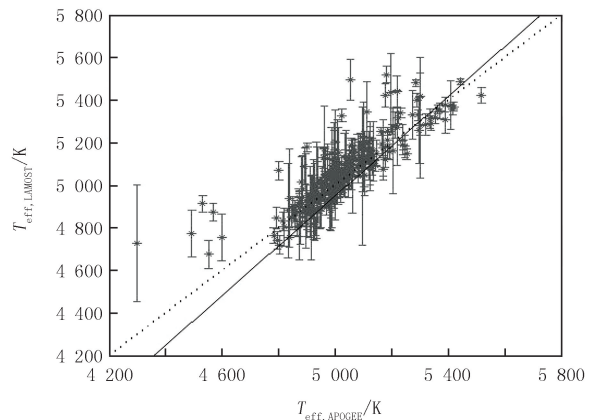


图 2 APOGEE 和 LAMOST 共同源有效温度的比较

图 2 中虚线部分为 1 : 1 比例的线性关系,实线为一次拟合的结果.通过比较两数据库可以看到,从 LAMOST 光谱得到的恒星有效温度与 APOGEE 的光谱自动分析软件 ASPCAP 得到的恒星有效温度之间存在一定差别,拟合斜率为 0.85,残差的平均值为 69 K,标准偏差为 86 K.Ren 等^[10]比较了 LAMOST 与高分辨光谱数据之间的差异,发现两者的有效温度之间符合度良好,误差较小.

2.3 表面重力加速度的校准

关于表面重力加速度的估计,对于高分辨率光谱也可以采用电离平衡的方法,这个方法要求对于一个给定元素,从 2 个电离态的谱线得到相同元素丰度.因为表面重力加速度 g 可以直接从光球层求出, g 的改变会影响电离线的强度,电离线对电子压力反应敏感,它们之间数目的关系由玻尔兹曼和沙哈方程中确定^[15].巨星的表面重力加速度还可以利用精确的测光数据和星震学公式直接计算得到.星震学方法可以得到更精确的表面重力加速度,并且此方法计算结果受恒星有效温度的影响非常小,通常被用来作为对 g 定标的工具^[16].

此外,对于表面重力加速度的估计还可以用牛顿力学方程直接计算,但公式中恒星的半径需要较为准确的角直径和视差计算得到.目前恒星角直径和视差的测量误差较大,且具有这 2 个参数的恒星数量较少.最近 Gaia 卫星将提供精确的三角视差值^[17].这些数据将为恒星研究起到推动性的作用.

利用低分辨率光谱确定恒星表面重力加速度较困难,因此自动光谱分析软件系统给出的 g 的误差较大.LAMOST 光谱分析系统对预处理后的光谱数据先进行分类和恒星参数估计,在对光谱分析的过程中,先分析得到的恒星参数是有效温度,然后利用得到的有效温度进一步获取表面重力加速度和金属丰度.表面重力加速度的估计依赖于有效温度的精度,有效温度的误差对 g 的估计结果有影响^[18].图 4 是两数据库最新数据的比较情况,蓝色为 LAMOST $\lg(g/g_{\text{sun}})$ 分布情况,红色曲线是 APOGEE $\lg(g/g_{\text{sun}})$ 分布情况.两数据库之间的表面重力加速度呈现出较大系统差,因此,本工作不对该参数的比较做详细讨论.

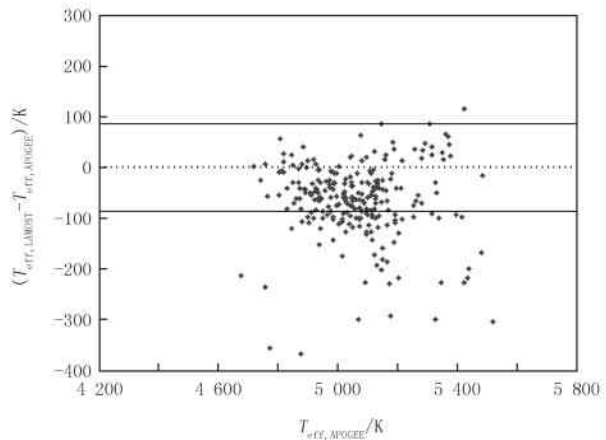


图 3 APOGEE 和 LAMOST 共同源有效温度的残差图

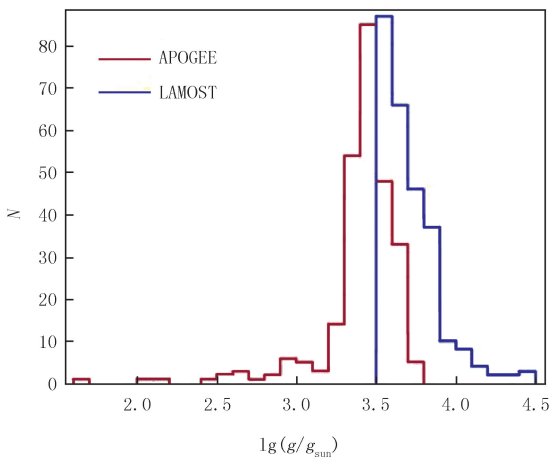


图 4 APOGEE 和 LAMOST 共同源表面重力加速度的分布

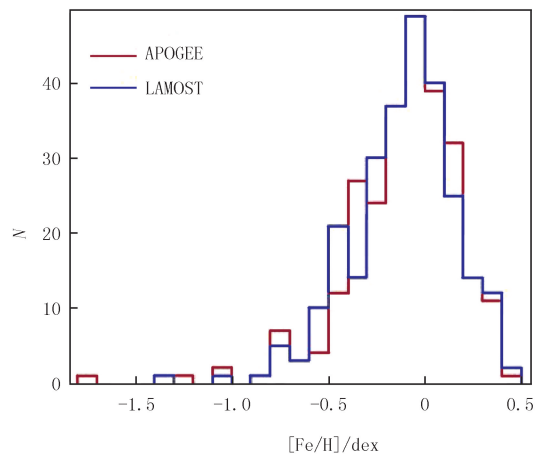


图 5 APOGEE 和 LAMOST 共同源金属丰度的分布

2.4 [Fe/H]的校准

对于金属丰度 $[M/H]$,通常情况下也可采用 $[Fe/H]$ 来表征,因为光谱中铁线的数量较多.事实上,铁元素不是恒星中含量最多的元素,恒星中的 C, N, O 等金属元素的含量更高.它们是更好的恒星金属含量的示踪物,但是它们的谱线少,且比较弱,精确测量非常困难.

在对银河系的研究中,元素丰度特别是 α 元素的丰度和速度信息可以用于确定恒星所属的星族(厚、薄盘和晕).这对研究银河系的形成和演化非常重要.因此,获取银河系中不同星族恒星精确的基本参数和元素

丰度对银河系的化学演化具有决定性作用。

此外, Kepler 卫星的任务之一就是寻找系外行星宜居带, 而精确确定它们的金属丰度对研究这些行星的物理性质很重要. 但是 Kepler 项目输入星表 KIC 中提供的恒星参数不够可靠, 其精度也不足以开展深入研究, 到目前为止, 仅有上千颗具有系外行星的候选源恒星具有高分辨率光谱和恒星参数, 而寻找系外行星的工作在 K2 项目中也有所延续. 与 KIC 星表一样 K2 项目的输入星表中恒星参数并不可靠, K2 覆盖天区更大, 观测源更多, 校准补充 EPIC 星表将推动行星研究领域的发展.

LAMOST 为目前最高效率的光谱巡天望远镜, 提供了 K2 天区上万颗恒星的金属丰度参数. 本文比较了 APOGEE 和 LAMOST 的金属丰度. 图 5 是 $[\text{Fe}/\text{H}]$ 参数在两个数据库中的分布图, 其中红蓝曲线分别是 APOGEE 的高分辨率数据和 LAMOST 低分辨率数据, 可以看出两数据库之间的 $[\text{Fe}/\text{H}]$ 参数没有明显系统差. 图 6 和图 7 是对共同源金属丰度的比较, 图 6 中的虚线是 1:1 的关系, 这两个数据库的金属丰度之间存在如下关系:

$$[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{APOGEE}} = 0.939[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{LAMOST}} - 0.095 \text{ dex}. \quad (2)$$

从图 7 可以看出两数据库之间的差别非常小, 它们之间的残差平均值非常接近于 0, 并且两个数据库金属丰度之间的标准差约为 0.095 dex.

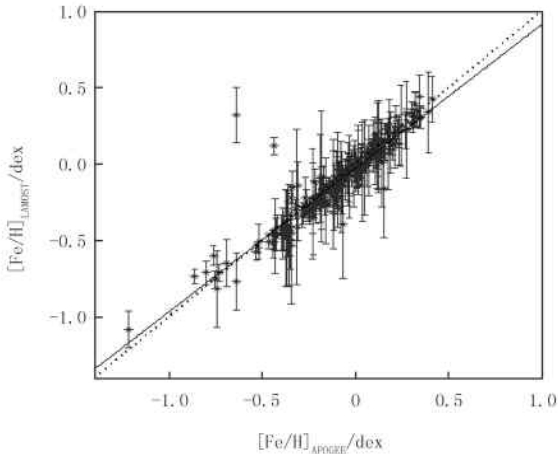


图 6 APOGEE 和 LAMOST 共同源金属丰度 $[\text{Fe}/\text{H}]$ 的比较

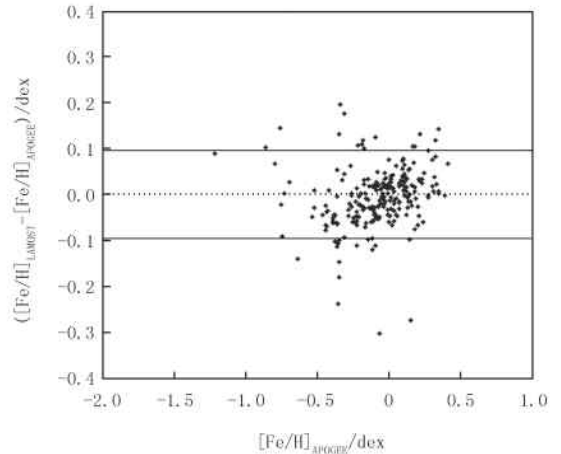


图 7 APOGEE 和 LAMOST 矮星 $[\text{Fe}/\text{H}]$ 的比较

3 结 论

文献[10]表明 LAMOST 恒星光谱分析软件系统得到的恒星参数误差与光谱的信噪比有关. 本文采用了 APOGEE 和 LAMOST 最新释放的较高质量数据, 对 2 个巡天项目共同源中恒星的 3 个基本参数(有效温度, 表面重力加速度和金属丰度)做了比较. 发现 LAMOST 第 5 次释放的恒星参数与 APOGEE DR14 的数据, 在有效温度和金属丰度之间不存在明显的系统差, 且 LAMOST 自动光谱分析软件系统得到的恒星金属丰度与利用高分辨率光谱得到的基本一致, 两数据库之间的标准差大约为 0.095 dex, 但 $\lg(g/g_{\text{sun}})$ 呈现较大的系统差. 造成两数据库相同源恒星参数之间差异的可能原因有:

1) LAMOST 对于 $\lg(g/g_{\text{sun}}) > 3.5$ 恒星参数的可靠度高, LAMOST 释放的矮星恒星参数比 APOGEE 的矮星参数更为可靠^[10].

2) 由于 LAMOST 光纤对准精度的限制, 在较为密集的星场中可能出现实际观测源与输入星表中坐标不符合, 造成输出的恒星参数与其他巡天项目的数据有较大偏差. 通过与其他巡天数据库比较找出这些“错误”的观测源对 LAMOST 后期的改进有重要作用.

LAMOST 目前获取了 K2 天区中 40 000 多颗观测源的恒星参数. 这些高质量的数据可以为 EPIC 星表提供可靠的恒星参数或对 EPIC 表中已有数据进行校准, 此外, 用 LAMOST 对 K2 天区的恒星参数进行定

标,结合 K2 观测的高精度测光数据进行星震学分析,得到的星震学参数对恒星物理的研究及巡天数据的校准也有重要意义.这将成为后续研究工作的重要环节.

参 考 文 献

- [1] Freeman K, Bland-Hawthorn J. Building Galactic Halo: The rias Sagitta and the r globula cluster[J]. *ARA&A*, 2002, 40: 487.
- [2] Fleming S W, Ge J, Barnes R, et al. Very low mass stellar and substellar companions to solar-like stars from marvells.ii.a short-period companion orbiting an f star with evidence of a stellar tertiary and significant mutual inclination[J]. *Astrophysical Journal*, 2012, 144(3): 1600.
- [3] Eisenstein D J, Weinberg D H, Agol E, et al. SDSS-III: MASSIVE SPECTROSCOPIC SURVEYS OF THE DISTANT UNIVERSE, THE MILKY WAY, AND EXTRA-SOLAR PLANETARY SYSTEMS[J]. *Astrophysical Journal*, 2011, 142(3): 725-735.
- [4] Benjamin Dilday, Richard Kessler, Joshua A. Frieman, et al. A Measurement of the Rate of Type Ia Supernovae at Redshift $z \approx 0.1$ from the First Season of the SDSS-II Supernova Survey[J]. *Astrophysical Journal*, 2008, 682(1): 262.
- [5] Collaboration G, Leeuwen F V, Vallenari A, et al. Gaia Data Release 1. Open cluster astrometry: performance, limitations, and future prospects[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2017, 601: A19.
- [6] Luo A, Zhao Y, Zhao G, et al. The first data release (DR1) of the LAMOST regular survey[J]. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2015, 15(8): 1095-1124.
- [7] Howell S B, Sobek C K, Haas M R, et al. The K2 Mission: Characterization and Early results[J]. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 2014, 126(938): 398-408.
- [8] Cody A M, Barentsen G, Hedges C, et al. K2SUPERSTAMP: The release of calibrated mosaics for the Kepler/K2 Mission[J]. *Research Notes of the American Astronomical Society*, 2018, 2(1): 25.
- [9] Mészáros S, Holtzman J, Pérez A E G, et al. Calibrations of Atmospheric Parameters Obtained from the First Year of SDSS-III APOGEE Observations[J]. *Astronomical Journal*, 2013, 146(5): 617-646.
- [10] Ren A, Fu J, Cat P D, et al. LAMOST observations in the Kepler field. Analysis of the stellar parameters measured with the LASP based on the low-resolution spectra[J]. *Astrophysical Journal Supplement*, 2016, 225(2): 28.
- [11] Huber D, Aguirre V S, Matthews J M, et al. Revised Stellar Properties of Kepler Targets for the Quarter 1-16 Transit Detection Run[J]. *Astrophysical Journal Supplement*, 2014, 229(1): 413-419.
- [12] Mortier A, Santos N C, Sousa S G, et al. New and updated stellar parameters for 90 transit hosts. The effect of the surface gravity[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2013, 558(8): 896-898.
- [13] Smalley B. Teff and log g Determinations[EB/OL]. [2018-01-04]. <http://arXiv:astro-ph/0509535>.
- [14] Chen Y, Zhao G, Liu C, et al. A comparison of stellar atmospheric parameters from the LAMOST and APOGEE datasets[J]. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2015, 15(8): 1125-1136.
- [15] Heiter U, Jofré P, Gustafsson B, et al. Gaia FGK Benchmark Stars: Effective temperatures and surface gravities[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2015, 582: A49.
- [16] Morel T, Miglio A. Assessing the accuracy of the surface gravity determination in late-type stars with solar-like pulsators[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society Letters*, 2011, 419(1): L34-L38.
- [17] Liu C, Fang M, Wu Y, et al. Asteroseismic-based Estimation of the Surface Gravity for the LAMOST Giant Stars[J]. *The Astrophysical Journal*, 2015, 807(1): 4.
- [18] Tsantaki M, Andreasen D T, Teixeira G D C, et al. Atmospheric stellar parameters for large surveys using FASMA, a new spectral synthesis package[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2017, 473(4): 5066-5097.

The comparison of stellar parameters in K2 fields between LAMOST and APOGEE

Fu Jianning, Zhang Ruyuan

(Department of Astronomy, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

Abstract: In recent decades, more and more spectroscopic survey data combined with space-based photometry data have been used in the study of galaxies and stars. The relevant data mainly come from the ground-based projects such as APOGEE, Gaia-ESO, GALAH, RAVE, and LAMOST. It is supported that the accuracy of these data is sufficient to obtain the stellar

accurate basic parameters and abundances of chemical elements. The success of these above-mentioned survey projects mainly depends on the high-precision stellar parameters provided by the efficient spectral analysis technology in the shortest calculation time, from the spectral data. One can get the effective temperature, surface gravitational acceleration, metal abundance and the chemical abundance of some elements. In addition, one can use these stellar parameters to estimate the mass and radius of the stars. In addition, the accurate stellar mass and radius are of great significance for the study of exoplanets and their host stars. The comparison between two different datasets will help evaluating the quality of those data. One can also update those pipelines based on the feedback of the results.

Keywords: LAMOST; K2; sky surveys; stellar parameters

[责任编辑 杨浦]

(上接第 12 页)

- [16] 刁群,石东洋. 拟线性粘弹性方程一个新的 H^1 -Galerkin 混合有限元分析[J]. 山东大学学报(理学版), 2016, 51(4): 90-98.
- [17] 刁群,郭丽娟,王俊俊. 非线性 Sobolev 方程低阶混合元方法的超收敛分析及外推[J]. 应用数学, 2015, 28(3): 586-595.
- [18] 石东洋,董晓靖. 非线性对流扩散方程的非协调 EQ^{q^a} 元解的渐近展开[J]. 计算数学, 2012, 40(3): 1-5.
- [19] Shi D Y, Wang J J. Unconditional superconvergence analysis of a linearized Galerkin FEM for nonlinear hyperbolic equations[J]. Comput. Math Appl, 2017, 74: 634-651.
- [20] Hale J K. Ordinary Differential Equations[M]. New York: Wiley Inter Science, 1969.
- [21] 王乐乐. 若干偏微分方程的混合有限元方法研究[D]. 郑州: 郑州大学, 2017.
- [22] Shi D Y, Wang P L, Zhao Y M. Superconvergence analysis of anisotropic linear triangular finite element for nonlinear Schrödinger equation [J]. Appl Math Letters, 2014, 38: 129-134.
- [23] 石东洋,王芬玲,赵艳敏. 非线性 sine-Gordon 方程的各向异性线性元高精度分析新模式[J]. 计算数学, 2014, 36(3): 245-256.

A new H^1 -galerkin mixed finite element analysis for nonlinear strong damped wave equations

Shi Dongyang, Mu Pengcong

(College of Mathematics and Statistics, ZhengZhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: In this paper, H^1 -Galerkin mixed finite element method for a kind of nonlinear strongly damped wave equations was studied. A new mixed finite element pattern was developed with incomplete biquadratic element Q_2^- and first order BDFM element. With the help of the special properties of the interpolation operators of these two elements and mean-value technique, the superclose estimates for the primitive variable in H^1 -norm and the intermediate variable in $H(\text{div})$ -norm were deduced respectively for the semi-discrete and the linearized fully discrete schemes, which were one order higher than the corresponding optimal error estimations in the existing literature published before.

Keywords: nonlinear strongly damped wave equations; H^1 -Galerkin mixed finite element method; semi-discrete; linearized fully discrete scheme; superclose estimates

[责任编辑 陈留院]